MINEURE 'CALCUL PARALLÈLE'
Travaux Dirigés - Projet de programmation
Campagne sismique synthétique

27 janvier 2003

Préambule

Ce projet de programmation consiste en l'écriture d'un code parallèle de propagation des ondes acoustiques dans le sous-sol afin de modéliser une campagne d'acquisition sismique. Il pourra servir de mini-projet pour l'oral de mineure (avec quelques compléments). Il est décomposé en parties élémentaires afin de faciliter la progression. Pour les plus rapides, certaines parties facultatives pourront être abordées. Ce projet est à réaliser en JavaParty ou en JAVA avec RMI (dans un premier temps, avec les threads JAVA)

La réalisation d'une campagne sismique afin de déterminer la structure d'un sous-sol consiste à faire se propager des ondes acoustiques et à enregistrer la réponse en surface. Les discontinuités du sous-sol provoquant des reflections, on va obtenir un certain nombre de signaux, un peu comme avec un sonar.

Le problème principal que doivent résoudre les Géophysiciens est de retrouver les composants du sous-sol à partir des seules informations enregistrées en surface. Cela permettra d'identifier des structures favorables à l'existence de gisements pétroliers.

Pour disposer d'un outil de validation de ces méthodes géophysiques, il est nécessaire de disposer d'une base de données dans laquelle on connait à la fois le problème (la sismique) et sa solution (le sous-sol). On se propose donc de réaliser une campagne de tirs sismiques synthétiques.

On va donc procéder à un série de tirs sismiques, c'est à dire que l'on va simuler la propagation des ondes acoustiques dans un sous-sol hétérogène.

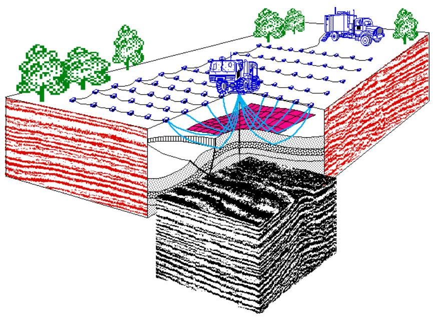

FIG. 1 – Campagne sismique 3D réelle

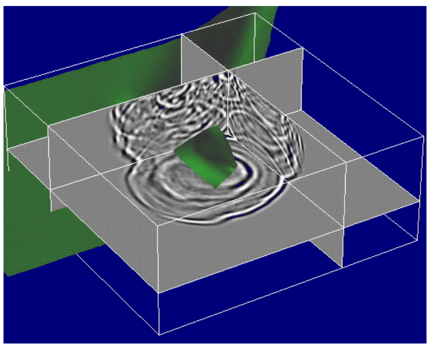

FIG. 2 – Propagation d'une onde en 3D

1 Problème mathématique

Nous nous intêressons au modèle simplifié de l'équation des ondes acoustiques à un paramètre:

$$\frac{1}{c(\boldsymbol{x})^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t,\boldsymbol{x}) - \Delta u(t,\boldsymbol{x}) = -\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

avec :	$\boldsymbol{x}\in\Omega$	Ω ouvert de $\mathbb{R}^N$, $N\ =\ 1,2,3$
	u(t,$\boldsymbol{x}$)	champ de pression inconnu du problème
	c($\boldsymbol{x}$)	champ de vitesse acoustique
	$\boldsymbol{f}$ (t,$\boldsymbol{x}$)	densité de forces externes

Ce modèle mathématique correspond à la formulation en pression des équations de l'élastodynamique linéaire pour des matériaux élastiques linéaires isotropes à densité constante (vérifiant l'hypothèse des *petites déformations*).

A cette équation s'ajoutent les conditions initiales :

$$u(0,\boldsymbol{x}) = u_0(\boldsymbol{x}) \ \ , \qquad \frac{\partial u}{\partial t}(0,\boldsymbol{x}) = u_1(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

Des conditions limites que nous exposerons dans la section suivante permettent de rendre le problème bien posé.

Dans les problèmes de **prospection pétrolière**, nous supposons le milieu au repos à l'instant initial, *i.e.* $u_0(\boldsymbol{x}) = 0$ et $u_1(\boldsymbol{x}) = 0$. Le milieu est alors excité par une source ponctuelle - par exemple, une explosion - à support limité dans le temps. Il s'agit de densité de force à divergence à support ponctuel que l'on modélise par

$$-\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x}) = S(t)\otimes\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_s) \tag{3}$$

où $S(t)$ représente la signature temporelle de la source utilisée. Dans nos applications, une fonction *Ricker*, dérivée seconde d'une gaussienne, est employée pour modéliser la signature d'une explosion :

$$S(t) = R_{f_c}(t) = A\left[1-2\pi^2(f_c t-1)^2\right].e^{-\pi^2(f_c t-1)^2}\ \chi_{[0,T_s]}$$

où f_c désigne la fréquence caractéristique de l'explosion, ou **fréquence centrale**, conditionnant la longueur des ondes se propageant dans le milieu, et T_s est la durée d'émission ($T_s \geq \frac{2}{f_c}$).

En résumé, nous nous intéressons à la solution de l'équation

$$\frac{1}{c(\boldsymbol{x})^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t,\boldsymbol{x}) - \Delta u(t,\boldsymbol{x}) = R_{f_c}(t)\otimes\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_s) \tag{4}$$

Remarque

La signature de la source étant à support compact, pour $\tau = t - T_s > 0$ on a le problème équivalent

$$\frac{1}{c(\boldsymbol{x})}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}(\tau,\boldsymbol{x}) - \Delta u(\tau,\boldsymbol{x}) = 0 \tag{5}$$

avec conditions initiales non nulles, données par l'état du champ de pression à l'instant $t = T_s$ et dont la régularité est induite par la régularité de la fonction $S(t)$. Même si il est possible de résoudre le système des ondes acoustiques par des méthodes d'éléments finis, nous choisissons dans notre cas d'appliquer une méthode de différences finies d'ordre élevé. Nous definissons donc une famille de schémas de discrétisation (que nous appelons $2-2m$) de la manière suivante.

Soit un maillage uniforme de $\mathbb{R}$ de pas h

$$M_0^h(\mathbb{R}) = \{x_l = l.h \ , \ l \in \mathbb{Z}\} \tag{6}$$

et on note $u_l \ = \ u(x_l)$.

On cherche un schéma aux Différences Finies centré qui approche l'opérateur $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ à l'ordre $2m$.

Posons $(\Delta_x^p u)_l$ une valeur approchée à l'ordre 2 de u_{xx} au point x_l. En écrivant le développement de Taylor de u aux points x_{l-p} et x_{l+p}, on trouve classiquement

$$(\Delta_x^p u)_l \ = \ \frac{u_{l+p} - 2u_l + u_{l-p}}{p^2 h^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \text{ termes d'ordre supérieur} \tag{7}$$

Enfin, en combinant ces approximations pour p tel que $1 \leq p \leq m$, il découle l'approximation à l'ordre $2m$ de u_{xx} obtenue directement à partir des développements de Taylor de u :

$$(D^m u)_l \ = \ \sum_{p=1}^{m} \alpha_p^m (\Delta^p u)_l \tag{8}$$

où les coefficients α_p^m sont solution d'un système de Van der Monde de rang m défini par :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 & \cdots & \cdots & m^2 \\ 1^4 & 2^4 & 3^4 & \cdots & \cdots & m^4 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1^{2m'} & 2^{2m'} & 3^{2m'} & \cdots & \cdots & m^{2m'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^m \\ \alpha_2^m \\ \alpha_3^m \\ \cdots \\ \cdots \\ \alpha_m^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

où $m' = m - 1$.

1.1 Schémas en temps

Soit $t \in \mathbb{R}$ sur lequel on définit un maillage uniforme de pas Δt. On note

$$\begin{aligned} t^n &= n\Delta t \qquad\qquad n \in \mathbb{Z} \\ u^n &= u(t^n) \quad \text{ pour toute fonction } u \end{aligned} \tag{10}$$

Le schéma le plus naturel pour approcher l'opérateur en temps est le schéma centré d'ordre 2 qui s'écrit, comme en espace :

$$(\Delta_t u)^n \ = \ \frac{u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1}}{\Delta t^2} \tag{11}$$

En notant u_h^n la solution numérique approchée de u au point $\boldsymbol{x}_{i,j,k}$ et à l'instant t^n telle que

$$u_{i,j,k}^n \ = \ u_h(\boldsymbol{x}_{i,j,k}, t^n) \ \approx \ u(\boldsymbol{x}_{i,j,k}, t^n)$$

on obtient alors les schémas D.F. explicite, notée **schémas** $2-2m$, suivant :

$$\frac{u_{i,j,k}^{n+1}-2u_{i,j,k}^{n}+u_{i,j,k}^{n-1}}{c_{i,j,k}^{2}\Delta t^{2}} - (D_x^m u^n)_{i,j,k} + (D_y^m u^n)_{i,j,k} + (D_z^m u^n)_{i,j,k} = 0 \tag{12}$$

1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites représentent une part importante dans la résolution des problèmes d'ondes. En effet, on est principalement confronté au problème du caractère fini du domaine de calcul.

Si la surface supérieure du domaine représente bien souvent une surface physique (surface libre réfléchissante par exemple), les autres surfaces sont introduites lors de la simulation mais n'existent pas dans la réalité. Il faut donc pouvoir écrire des conditions limites transparentes, c'est à dire qui ne réflechissent pas les ondes incidentes. Plusieurs solutions sont envisageables pour parvenir à cette fin même si elles ne sont jamais parfaites.

Nous nous limiterons dans ce projet à trois types de conditions aux limites:

- les conditions limites de type Dirichlet $u = 0$ qui sont entièrement réfléchissantes.
- les conditions limites de type surface libre qui sont des conditions d'antisymétrie.
- les conditions limites de type mixtes associant une couche d'amortissement et des conditions limites paraxiales.

Pour le bord droit (x croissant), on écrit:

$$\frac{1}{c(\boldsymbol{x})^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t,\boldsymbol{x}) - \Delta u(t,\boldsymbol{x}) + a(x)\left(\frac{1}{c(\boldsymbol{x})}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0 \tag{13}$$

où $a(x)$ est non nul sur une couche au bord du domaine ($a = 0.2$) et nul ailleurs. En $x = L$, bord droit du domaine, on applique une équation paraxiale d'ordre 1 qui s'écrit:

$$\frac{1}{c(\boldsymbol{x})}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{14}$$

2 Problème informatique

Ce genre de modélisation de la propagation des ondes demande des ressources de calcul importantes du fait de la grande taille des grilles: Par exemple, avec un schéma d'ordre 2 en espace, il faut utiliser un maillage avec un pas de 2 mètres afin de minimiser la dispersion numérique du signal (pour un fréquence centrale de la source de 15 Hz). Les domaines typiques que l'on cherche à calculer ont pour taille $10km \times 10km \times 4km$, soit un maillage de 50 Milliards de points. Ceci est tout à fait irréalisable et on utilise des schémas à l'ordre 12 qui permettent l'utilisation d'un pas de 25 mètres, le maillage ne comprend alors que 25.6 Millions de points.

Face aux ressources informatiques limitées disponibles à l'Ecole, nous nous limiterons à traiter des problèmes 2D sur des grilles raisonnables tout en tolérant une dispersion numérique un peu plus forte. Nous utiliserons donc un pas de 4 mètres avec des grilles ayant au maximum 500000 points (1000×500).

2.1 Snapshots et Sismogrammes

Deux types d'informations sont intéressantes à observer:

- Les sismogrammes: c'est l'enregistrement du signal au cours du temps en un point donné de l'espace (par exemple à la surface du sol). Chaque signal forme ce que l'on appelle une trace sismique. L'ensemble des traces forme le sismogrammes.
- Les snapshots: cela consiste à prendre une photographie instantanée du champ de pression dans le sous-sol et à observer son évolution au cours du temps. Ceci est irréalisable pour une campagne réelle sur le terrain.

Le volume des informations à enregistrer est important (en particulier les snapshots) et on cherchera à les compresser. On utilisera pour cela les mêmes algorithmes que ceux utilisés en imagerie (compression JPEG ou MPEG).

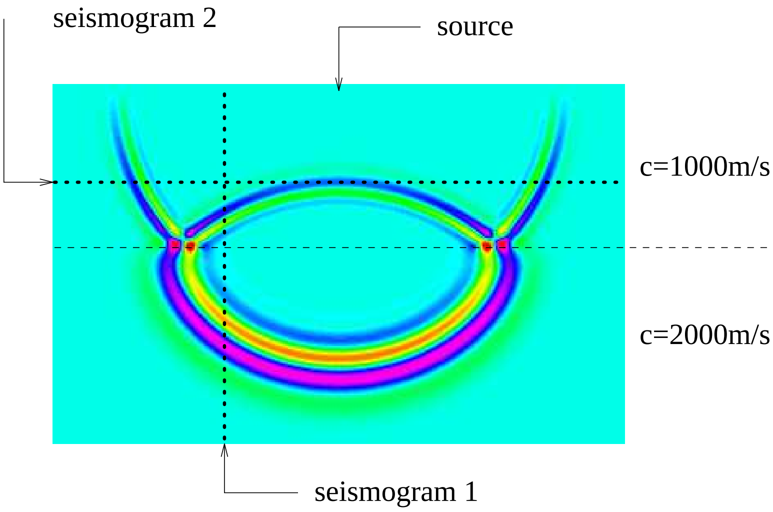

FIG. 3 – Propagation d'une onde dans un sous-sol

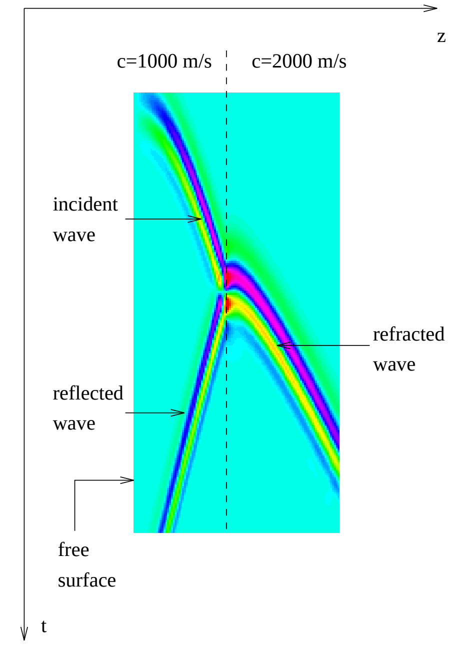

FIG. 4 – Sismogramme pour un puit vertical

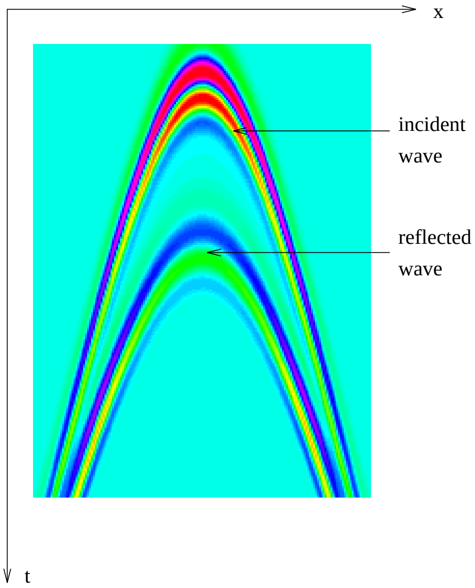

FIG. 5 – Sismogramme en surface

3 Avant d'attaquer le clavier

On se propose d'abord de réfléchir à la conception de notre logiciel avant d'attaquer son implémentation. En particulier, on va s'efforcer de décrire les organigrammes, les structures de données ainsi que le placement des données et calculs. Nous proposerons aussi des cas de validation.

Pour réaliser ces taches, voici tout d'abord un court cahier des charges:

1. On construit un code de modélisation de la propagation des ondes acoustiques en 2 dimensions dans un sous-sol hétérogène. Le bord supérieur sera une surface libre. Les autres bords seront non réfléchissants. L'ordre en espace sera 2 ainsi que l'ordre en temps.
2. Le modèle de vitesse sera donné par une fonction analytique $modele(x, z, xmax, zmax)$ qui sera incorporée au link par l'utilisateur.
3. Le pas de temps sera calculé en fonction de la condition CFL et de celle de dispersion
4. On visualisera en temps réel les snapshots ainsi que les sismogrammes.
5. On désire enregistrer les sismogrammes et les snapshots sous forme de fichiers JPEG. On optimisera l'architecture du code afin que la compression JPEG ne soit pas un élément limitant du code.
6. On désire pouvoir garder une possibilité d'intervention sur le code au cours de son exécution (changement de la fréquence des snapshots par exemple).

Les points 1 à 4 forment le minimum du projet. Les points 5 et 6 sont réservés aux plus rapides.

A partir de ce cahier des charges, nous allons construire la conception de notre logiciel (travail effectué en TD ...). On demande à ce que cette conception soit rédigée sur papier afin d'être vérifiée et éventuellement corrigée.

4 Premier prototype

Afin d'avancer pas à pas, on se propose d'écrire un premier prototype qui met en place les structures fondamentales de notre outil:

- Démarrage du master
- Lecture du fichier de données (le début seulement)
- Initialisation des esclaves
  - Démarrage des esclaves
  - Calcul des domaines élémentaires de chaque esclave
  - Envoi de ces données aux esclaves
  - *Réception des données et allocation des tableaux*
- *Initialisation du champ de vitesse*
- *Envoi du champ de vitesse au master pour visualisation*
- *Calcul de la moyenne des vitesses, du max et du min et envoi au master*
- Réception du champ de vitesse et visualisation
- Réception de la moyenne, du max et du min et affichage
- Attendre un click de souris et sortir proprement

*N.B :*Les parties en italiques correspondent aux taches des esclaves.

Pour que ce prototype soit utile et facilement évolutif, rappelons quelques règles bien pratiques:

- Ecrivez votre code de façon modulaire. Utiliser des méthodes avec des noms bien choisis. Passer les arguments en paramètres et non pas en déclarant toutes les variables en global.
- Utiliser des classes pour hiérarchiser vos données. Par exemple, le master doit posséder un descriptif des différents domaines sur lesquels travaillent les esclaves. Regrouper toutes ces infos dans une structure pour chaque esclave et faites un tableau d'objets. Cette structure sera identique dans le code esclave. Afin de manipuler ces structures, créer des routines d'envoi et de réception de chacune de ces classes.
- Créer une classe contenant les constantes propres au problème numérique.

Voici le format du fichier de données:

```
#
# Modelisation acoustique 2D
#
1000. 500. 25.      # domaine(espace): xmax zmax et pas h en metres
1.  0.2   10.       # domaine(temps): tmax CFL et dispersion
#
6                   # Nombre de processeurs esclaves
#
500. 50. 15.        # Source: positions xsou et zsou et frequence
#
0.1  0.6  0.02      # Snapshots: tdeb tfin et intervalle
#
2                   # Nombre de lignes de sismogrammes
# Ligne 1
X 100. 50. 100. 50  # Orientation de la ligne (X/Z)
                    # Position des geophones (xgeo zgeo), pas et nombre
0.007               # Echantillonnage d'acquisition (s)
# Ligne 2
Z 100. 50. 50. 10   # Orientation de la ligne (X/Z)
                    # Position des geophones (xgeo zgeo), pas et nombre
0.007               # Echantillonnage d'acquisition (s)
```

On appliquera un filtre a la lecture afin d'ignorer les commentaires (#).