

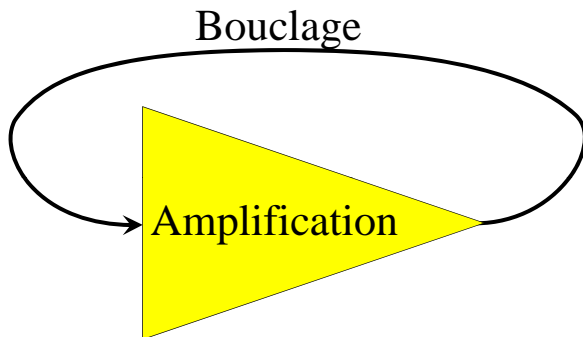
Cours n°4 : Du LASER continu au LASER femtoseconde

Manuel Joffre

www.enseignement.polytechnique.fr/profs/physique/Manuel.Joffre/dea/



Le LASER : un oscillateur optique

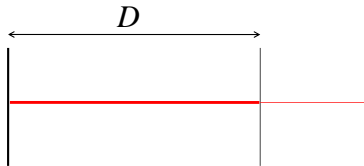


- Amplification : émission stimulée (ou amplification paramétrique)
- Bouclage : cavité optique

- 1 Modes propres d'une cavité optique
- 2 Amplification optique
- 3 Laser en régime stationnaire
- 4 Laser femtoseconde

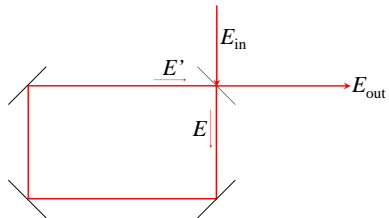
Deux types de cavité

- Cavité linéaire



$$L = 2D$$

- Cavité circulaire



La période L de la cavité correspond au périmètre dans le cas d'une cavité circulaire et à un aller-retour dans le cas d'une cavité linéaire.

Modes transverses d'une cavité

Soit $\mathcal{A}^{(n)}(x, y, \omega)$ l'enveloppe du champ à un endroit donnée de la cavité après n passages.

En régime linéaire (cavité vide par exemple), il existe une relation linéaire entre $\mathcal{A}^{(n)}$ et $\mathcal{A}^{(n+1)}$, soit

$$\mathcal{A}^{(n+1)} = K\mathcal{A}^{(n)}$$

$$\mathcal{A}^{(n+1)}(x, y, \omega) = \iint K(x, y, x', y', \omega)\mathcal{A}^{(n)}(x', y', \omega)dx'dy'$$

Définition

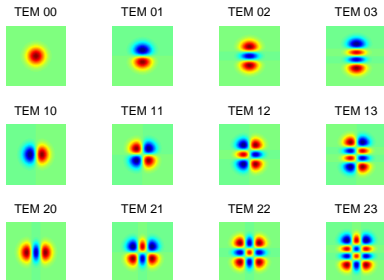
Un mode transverse est un vecteur propre de l'opérateur K :

$$K\mathcal{A} = \gamma\mathcal{A}$$

$|\gamma| < 1$ en raison des pertes de la cavité, qui seront exactement compensées par le gain dans un laser en régime stationnaire.

Base de Hermite - Gauss

$$u_{n,m}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{w(z)}} \Phi_n \left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) \Phi_m \left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right) \exp \left(ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right) \exp(-i\psi_{nm}(z))$$



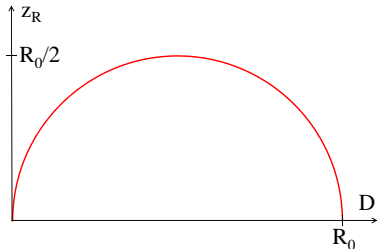
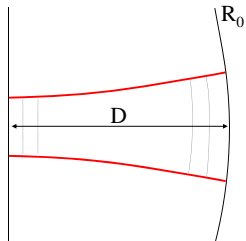
$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2}$$

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$$

$$z_R = \frac{kw_0^2}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

$$\psi_{nm}(z) = (n + m + 1) \arctan \frac{z}{z_R}$$

Modes transverses d'une cavité plan - concave



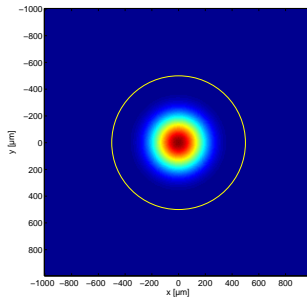
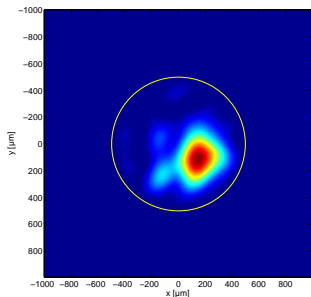
$$R_0 = R(D) = D + \frac{z_R^2}{D} \Rightarrow z_R = \sqrt{D(R_0 - D)}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}} = \sqrt{\frac{2c}{\omega}} (D(R_0 - D))^{\frac{1}{4}}$$

Méthode de Fox et Li

Code Matlab

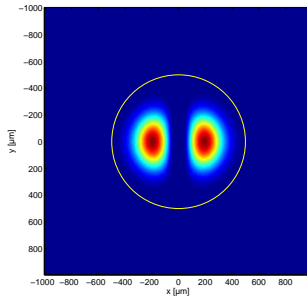
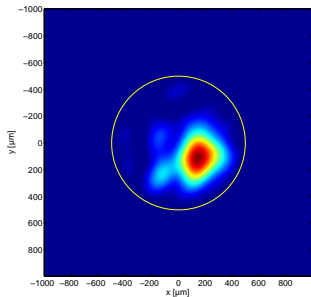
```
% 1) Propagation libre sur une distance  $D = 10$  cm
field_r = tf2(invTf2(field_r).*exp(-i*(sqr(k_x)+sqr(k_y))/2/k0*D));
% 2) Effet de diaphragme du miroir concave (diamètre 1 mm)
field_r = field_r.*trMiroir;
% 3) Effet de phase du miroir concave (Rayon  $R = 1$  m)
field_r = field_r.*exp(-i*k0*(sqr(r_x)+sqr(r_y))/R);
% 4) Propagation libre sur une distance  $D$ 
field_r = tf2(invTf2(field_r).*exp(-i*(sqr(k_x)+sqr(k_y))/2/k0*D));
% 5) Effet de diaphragme du miroir plan (diamètre 1 mm)
field_r = field_r.*trMiroir;
```



Méthode de Fox et Li

Code Matlab

```
% 1) Propagation libre sur une distance  $D = 10$  cm
field_r = tf2(invTf2(field_r).*exp(-i*(sqr(k_x)+sqr(k_y))/2/k0*D));
% 2) Effet de diaphragme du miroir concave (diamètre 1 mm)
field_r = field_r.*trMiroir;
% 3) Effet de phase du miroir concave (Rayon  $R = 1$  m)
field_r = field_r.*exp(-i*k0*(sqr(r_x)+sqr(r_y))/R);
% 4) Propagation libre sur une distance  $D$ 
field_r = tf2(invTf2(field_r).*exp(-i*(sqr(k_x)+sqr(k_y))/2/k0*D));
% 5) Effet de diaphragme du miroir plan (diamètre 1 mm)
field_r = field_r.*trMiroir.*(1-exp(-(sqr(r_x))/sqr(50)))); % Rayure verticale
```



Modes longitudinaux

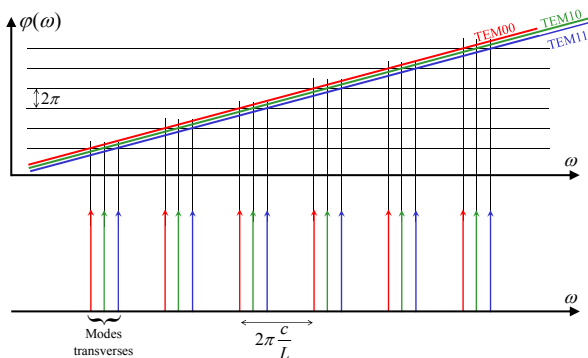
Soit $\mathcal{A}(x, y, \omega)$ un mode transverse : $\mathcal{A}^{(n+1)}(x, y, \omega) = \gamma \mathcal{A}^{(n)}(x, y, \omega)$
avec $\gamma = |\gamma| \exp(i\varphi_\gamma)$. On a donc

$$\mathcal{E}^{(n+1)}(x, y, \omega) = |\gamma| \exp(i\varphi(\omega)) \mathcal{E}^{(n)}(x, y, \omega)$$

avec $\varphi(\omega) = \omega L/c + \varphi_G + \varphi_\gamma$, où φ_G est la **phase de Gouy**.

Définition

Un mode longitudinal est défini par $\varphi(\omega) = p \times 2\pi$ (p entier).



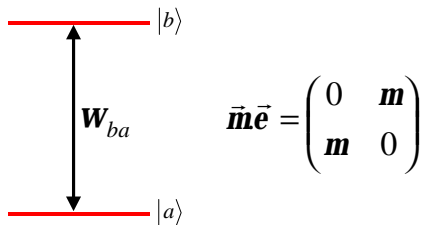
① Modes propres d'une cavité optique

② **Amplification optique**

③ Laser en régime stationnaire

④ Laser femtoseconde

Modèle à deux niveaux

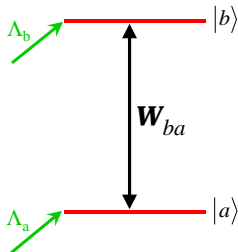


$$\chi^{(1)}(\omega) = -\frac{\mathcal{N}\mu^2}{\epsilon_0\hbar} \left(\frac{1}{\omega - \omega_{ba} + i\Gamma_{ba}} - \frac{1}{\omega + \omega_{ba} + i\Gamma_{ba}} \right) \left(\rho_{aa}^{(\text{eq})} - \rho_{bb}^{(\text{eq})} \right)$$

Réalisation de l'inversion de population

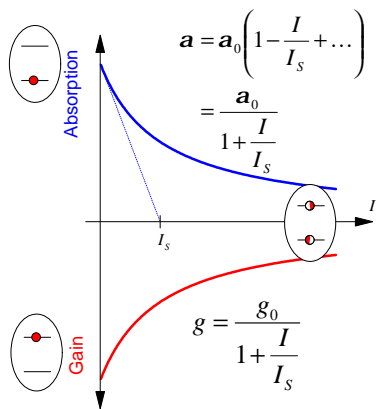
$$\left. \frac{\partial \rho_{aa}}{\partial t} \right|_{\text{pompage}} = \Lambda_a$$

$$\left. \frac{\partial \rho_{bb}}{\partial t} \right|_{\text{pompage}} = \Lambda_b$$



$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{nn}}{dt} &= \left. \frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t} \right|_{\text{relax}} + \left. \frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t} \right|_{\text{pompage}} \\ &= -\Gamma_{nn}(\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(0)}) + \Lambda_n \\ &= -\Gamma_{nn}(\rho_{nn} - \underbrace{(\rho_{nn}^{(0)} + \frac{\Lambda_n}{\Gamma_{nn}})}_{\rho_{nn}^{(eq)}}) \end{aligned}$$

Saturation de l'absorption et du gain



Expression du gain (cas $\Lambda_a = 0$, $\Lambda_b \neq 0$)

Gain faible signal

$$g_0(\omega_l) = \frac{\omega_l \mathcal{N} \mu^2}{c \epsilon_0 \hbar} \frac{\Gamma_{ba}}{(\omega_l - \omega_{ba})^2 + \Gamma_{ba}^2} \frac{\Lambda_b}{\Gamma_{bb}}$$

Gain saturé

$$g(\omega_l) = \frac{g_0(\omega_l)}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

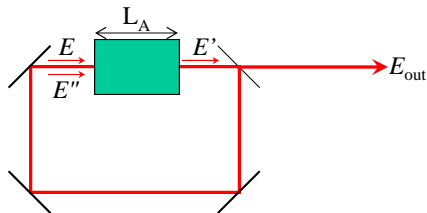
① Modes propres d'une cavité optique

② Amplification optique

③ **Laser en régime stationnaire**

④ Laser femtoseconde

Cavité laser circulaire



- Amplification : $\mathcal{E}' = \mathcal{E} e^{i\frac{n\omega L_A}{c}} e^{g L_A/2}$
- Propagation : $\mathcal{E}'' = \mathcal{E}' \sqrt{R} e^{-A} e^{i\frac{\omega}{c}(L-L_A)} e^{i\varphi_G}$

Condition de bouclage

$$\mathcal{E}'' = \mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E} \sqrt{R} e^{-A} e^{g L_A/2} e^{i\frac{\omega}{c}(L-L_A)} e^{i\frac{n\omega L_A}{c}} e^{i\varphi_G}$$

Condition sur l'amplitude

$$\sqrt{Re^{-A}} e^{gL_A/2} e^{i\frac{\omega}{c}(L-L_A)} e^{i\frac{n\omega L_A}{c}} e^{i\varphi_G} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{Re^{-A}} e^{gL_A/2} = 1$$

$$\exp\left(-\frac{P}{2} + \frac{gL_A}{2}\right) = 1$$

Gain = Pertes

$$gL_A = P$$

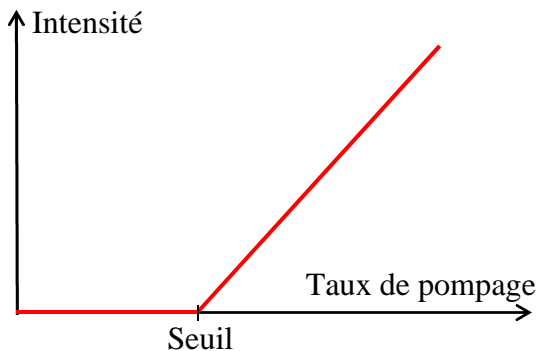
$$\frac{g_0 L_A}{1 + \frac{I}{I_S}} = P$$

$$\frac{g_0 L_A}{P} = 1 + \frac{I}{I_S}$$

$$I_S \left(\frac{g_0 L_A}{P} - 1 \right) = I$$

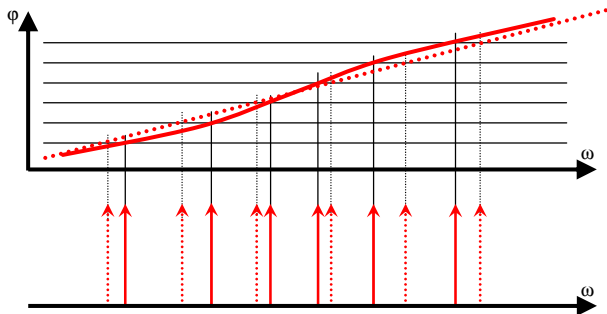
Puissance émise

$$I = I_S \left(\frac{g_0 L_A}{P} - 1 \right) = I_S \left(\frac{\Lambda_b}{\Lambda_{b,seuil}} - 1 \right)$$



Condition sur la phase : modes longitudinaux

$$\frac{\omega}{c}((n(\omega, I) - 1)L_A + L) + \varphi_G = p2\pi$$



- Les modes longitudinaux ne sont pas exactement équidistants
- Les modes longitudinaux ne sont pas fixes : **frequency pulling**

① Modes propres d'une cavité optique

② Amplification optique

③ Laser en régime stationnaire

④ Laser femtoseconde

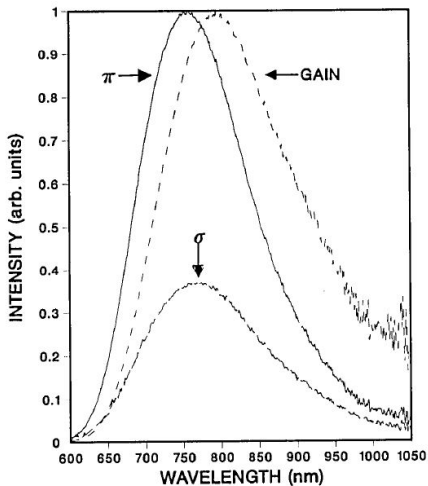
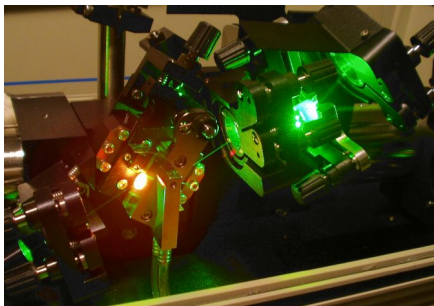
Conditions nécessaires pour obtenir des impulsions

- $\Delta\omega\Delta t \geq \frac{1}{2} \Rightarrow$ milieu amplificateur de grande largeur spectrale.
- La dispersion de vitesse de groupe dans le milieu amplificateur doit être maîtrisée pour que l'impulsion puisse être reproduite identique à elle-même après un tour de cavité.
- Superposition de modes longitudinaux **verrouillés en phase**, ce qui nécessite un mécanisme de **blocage des modes**.

Série de Fourier \rightarrow Train d'impulsions de période $T = L/c$

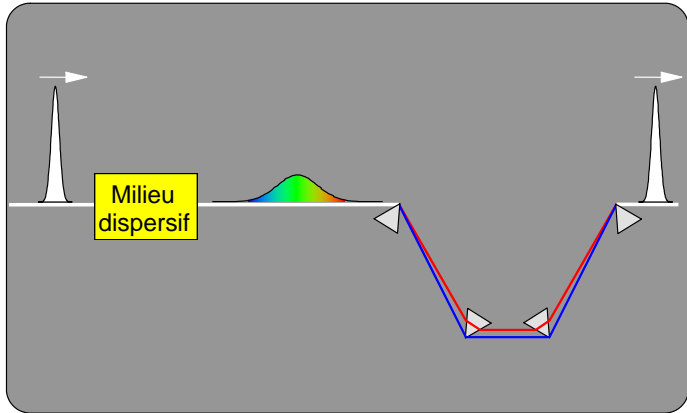
$$E(t) = \sum_p C_p \exp(-i\omega_p t) = \sum_n E_0(t - nT)$$

Le Saphir dopé au Titane

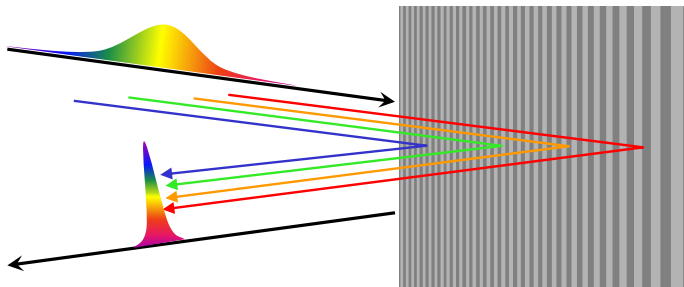


P.F. Moulton, JOSAB 3, 125 (1986)

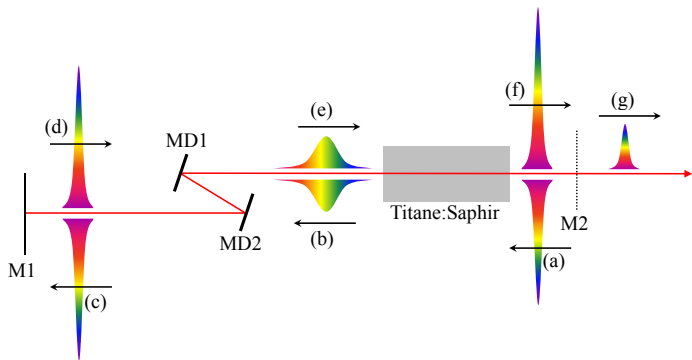
Compensation de la dispersion de vitesse de groupe (prismes)



Compensation de la dispersion de vitesse de groupe (miroirs dispersifs)



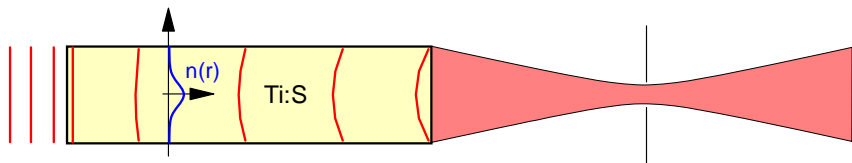
Laser Titane:Saphir



Mécanisme de blocage des modes

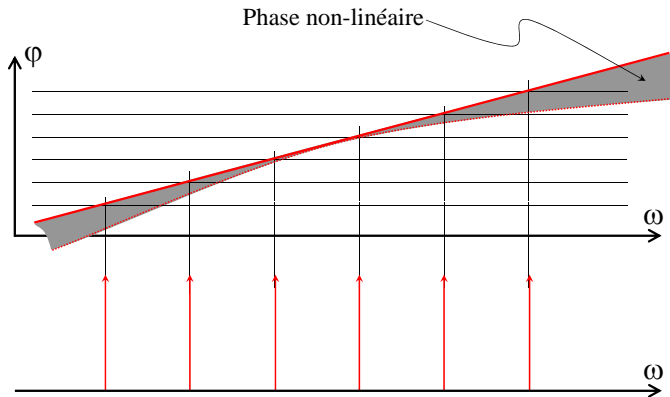
Effet Kerr optique

$$\Phi(x, y, t) = \frac{\omega_0 n_2 L_A}{c} I(x, y, t)$$



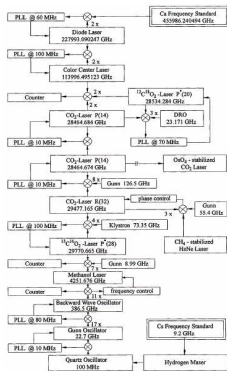
- Aspect spatial : diminution des pertes par autofocalisation (**Kerr Lens Mode-locking**) → privilégie le mode impulsionnel.
- Aspect temporel : dérive de fréquence positive venant exactement compenser la dérive de fréquence négative associée à la sur-compensation de la cavité (**effet de type soliton**), ce qui permet de réaliser la condition de bouclage pour le champ $\mathcal{E}(t)$ dans son ensemble.

Contribution de la phase non-linéaire

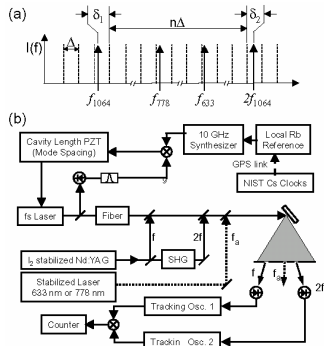


Peigne de fréquence constitué de modes **parfaitement** équidistants!

Une révolution en métrologie (prix Nobel 2005)



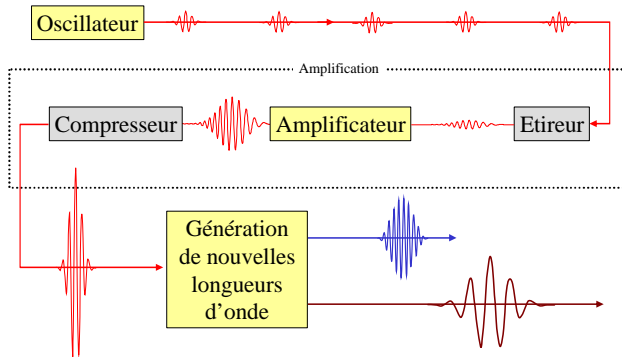
Phys. Rev. Lett. **76**, 18 (1996)



Phys. Rev. Lett. **84**, 5102 (2000)

nobelprize.org/mediaplayer/index.php?id=858&view=3

Source d'impulsions femtosecondes



Couverture de l'ensemble du spectre électromagnétique, des micro-ondes aux rayons X !