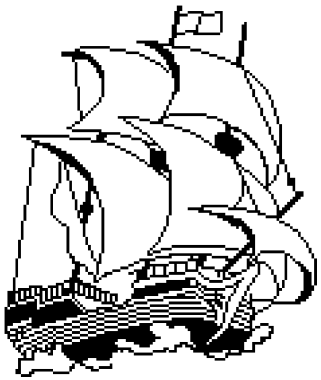
Virgule flottante

Dieu a créé les entiers naturels, tout le reste a été fait par l'homme L. Kronecker

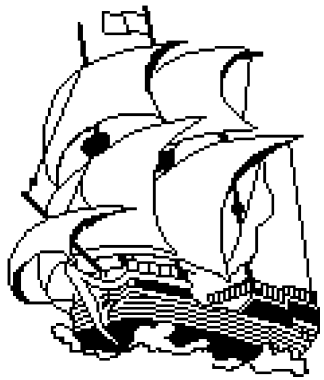
Alain GUYOT

Concurrent Integrated Systems
TIMA

(33) 04 76 57 46 16
Alain.Guyot@imag.fr
http://tima-cmp.imag.fr/Homepages/guyot
Techniques de l'Informatique et de la Microélectronique pour l'Architecture. Unité associée au C.N.R.S. n° B0706



Dieu a créé les entiers naturels, tout le reste a été fait par l'homme L. Kronecker



But de la virgule flottante: Représentation et calcul des nombres réels.

Approximés par des rationnels (avec une certaine erreur)

But du "standard": assurer la portabilité des logiciels de calcul.

Problèmes d'implémentation: les opérations sur les réels sont assez complexes et ont une grande influence sur les performances de la machine
La puissance de calcul se mesure en MFLOP (million de flottant par seconde). Actuellement de 5 à 200.

Solutions: 1- Anticipation
2- Prédiction
3- Spéculation

Standard ANSI/IEEE 754-1985 for Binary Floating-Point Arithmetic

Le standard spécifie:

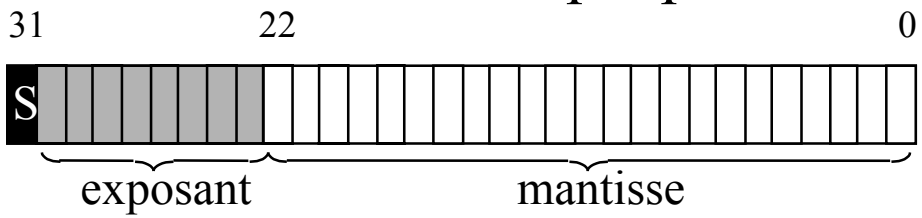
1-Les formats virgule flottante simple et double précision normalisés
2-Les échappement du format: ±0, ± ∞ , dénormalisé, nonnombres (NaN)
3-Les opérations addition, soustraction, multiplication, division, racine carrée, reste et comparaison (pas de fonction prévue)
4-Les conversions entre entiers et virgule flottante
5-Les conversions entre formats virgule flottante
6-Les conversions entre virgule flottante et chaîne décimales
7-Les modes d'arrondi (très important)
8-Les exceptions et leurs traitement

http://www.loria.fr/serveurs/CCH/documentation/IEEE754

Format IEEE 754-1985 Réels Normalisés

Mantisse normalisée
$1 \leq m < 2, \quad m = 1,f$

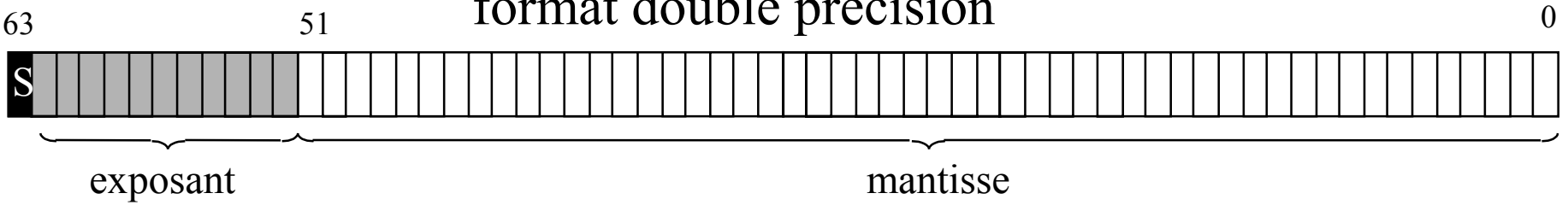
format simple précision



Calcul de la valeur de V

$$V = (-1)^{r_{31}} \times 2^{\left(\sum_{i=0}^{7} r_{i+23}\, 2^i - 127\right)} \times \left(\frac{2^{23} + \sum_{i=0}^{22} r_i \; 2^i}{2^{23}} \right)$$

format double précision



Champs et bits dans les champs rangés par importance décroissante

Normalisation de la mantisse (ou significande)

Avantages

1- Notation unique

$$11{,}00 * 2^{-1} = 3 * 1/2 \quad \textit{non valide}$$

$$1{,}10 * 2^{0} = 1{,}5 \quad \in [\,1, 2\,[$$

$$0{,}11 * 2^{1} = 0{,}75 * 2 \quad \textit{non valide}$$

2 - "1" avant la virgule implicite (peut être omis ou caché)

Inconvénients

1 - La valeur "0" ne s'exprime pas

2 - Les valeur "petites" ($< 2^{\text{min expo}}$) ne s'expriment pas

Représentation “biaisée” de l’exposant

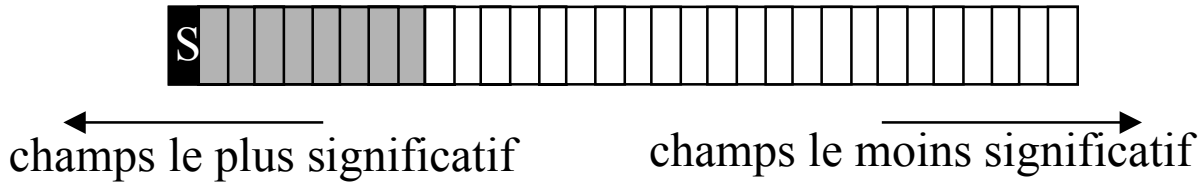
Avantages

Pas de "bit de signe".

1- Comparaison de nombres:

nombres en virgule flottante ≡ entiers

(les champs sont par ordre de signification)



2- Comparaison d’exposant

Inconvénients

Lorsqu’on ajoute deux exposants, il faut rajouter le biais

Lorsqu’on soustrait deux exposants, il faut retrancher le biais.

Remarque: la représentation biaisée (biased) s’appelle également la représentation par excès (excess)

Format IEEE 754-1985: Limites

Longueur totale	32 bits	64 bits
mantisse + bit implicite	23 + 1 bits	52 + 1 bits
exposant	8 bits	11 bits
biais, max, min	127, +127, -126	1023, +1023, -1022
domaine approximatif	$2^{128} \approx 3{,}8 \times 10^{38}$	$2^{1024} \approx 9 \times 10^{307}$
précision approximative	$2^{-23} \approx 10^{-7}$	$2^{-52} \approx 10^{-15}$
plus petit nombre normalisé	$2^{-126} \approx 10^{-38}$	$2^{-1022} \approx 10^{-308}$
plus petit nombre ≠ 0	2^{-148}	2^{-1073}

Mantisse normalisée $\Rightarrow$

1- Notation spéciale du **0**

2- Notation spéciale de nombres "dénormalisés"

3- Notations spéciales pour $\infty, +\infty, -\infty$
et **NaN** (**N**ot **a** **N**umber)

Le rapport entre la masse de l'univers et celle du proton est d'environ 10^{78} (Paul Dirac)

Standard IEEE 754-1985
Échappements des formats

Le standard spécifie pour les simple précision:

1-Si e = 255 et m ≠ 0 alors v est **NaN**

2-Si e = 255 et m = 0 alors v est $(-1)^s \infty$

3-Si 0 < e < 255 alors v = $(-1)^s\ 2^{\,e-127}\ (1,m)$

4-Si e = 0 et m ≠ 0 alors v = $(-1)^s\ 2^{-126}\ (0,m)$ *(dénormalisé)*

5-Si e = 0 et m = 0 alors v = $(-1)^s\ 0$

Le standard spécifie pour les double précision:

1-Si e = 2047 et m ≠ 0 alors v est **NaN**

2-Si e = 2047 et m = 0 alors v est $(-1)^s\ \infty$

3-Si 0 < e < 2047 alors v = $(-1)^s\ 2^{\,e-1023}\ (1,m)$

4-Si e = 0 et m ≠ 0 alors v = $(-1)^s\ 2^{\,-1022}\ (0,m)$ *(dénormalisé)*

5-Si e = 0 et m = 0 alors v = $(-1)^s\ 0$

Standard IEEE 754-1985 Algèbre d'exceptions

	a	b	a + b	a * b	a ÷ b
	0	0	0	0	NaN
	0	y	z	0	0
	0	∞	∞	NaN	0
x > 0	x	0	z	0	∞
y > 0	x	y	0, z ou ∞	0, z ou ∞	0, z ou ∞
z > 0	x	∞	∞	∞	0
	∞	0	∞	NaN	∞
	∞	y	∞	∞	∞
	∞	∞	∞	∞	NaN
	∞	$-\infty$	NaN	$-\infty$	NaN
	NaN	0	NaN	NaN	NaN
	NaN	y	NaN	NaN	NaN
	NaN	∞	NaN	NaN	NaN

Standard IEEE 754-1985 Incohérence

		Exécution théorique	Exécution réelle
1:	a = Lnn (Lnn est le plus grand nombre représentable)		
2:	b = a + a	b = Lnn+Lnn = 2 Lnn	b = Lnn+Lnn = ∞
3:	c = b ÷ a	c = 2 (Lnn ÷ Lnn) = 2	c = ∞ ÷ Lnn = ∞
4:	d = 1 ÷ c	d = 1 ÷ 2 = 0,5	d = 1 ÷∞ = 0
5:	e = 1 ÷ (d - 0,5)	e = 1 ÷ (0,5 - 0,5) = ∞	e = 1 ÷ (0 - 0,5) = -2

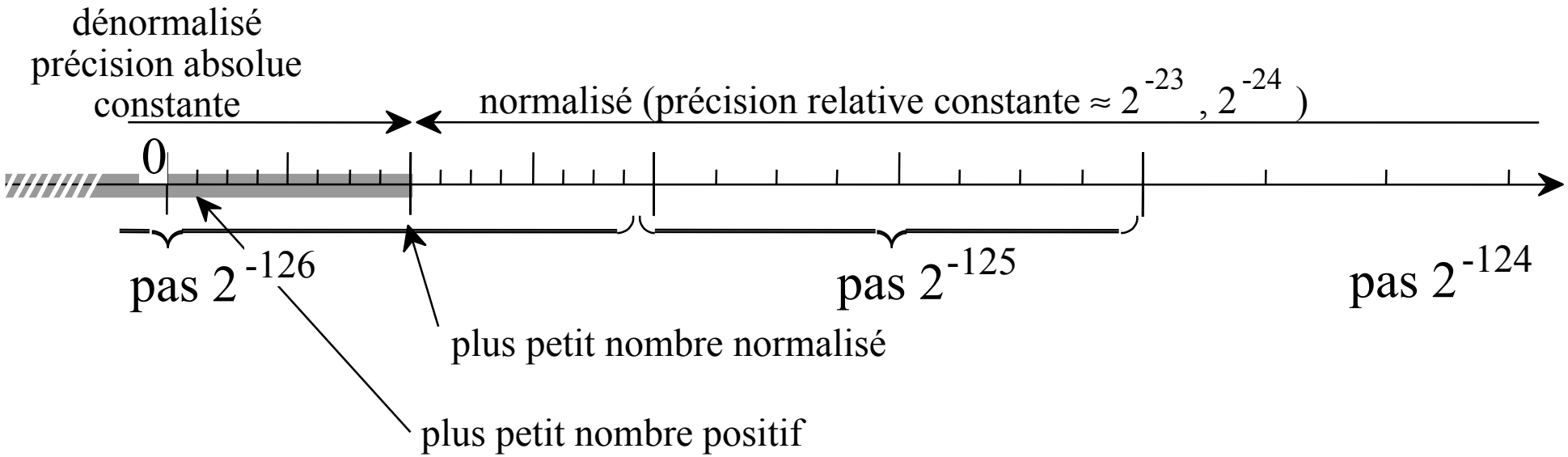
" *It makes me nervous to fly an airplane since I know they are designed using floating-point arithmetic* "

Anton Householder, un des pères de l'algorithmique numérique

Nombres dénormalisés (1)

optionnels

But: combler le trou entre le plus petit nombre normalisé et 0.
On conserve la précision absolue de ce nombre, avec une précision relative qui se dégrade.



Les nombre dénormalisés sont seulement recommandés par la norme.
Leur usage est coûteux en délai et en matériel;
Un mode de calcul permet d'éviter leur usage pour une exécution plus rapide.

Nombres dénormalisés (2)

Un résultat "très petit" ($< 2^{\text{min expo}}$) peut être produit par:

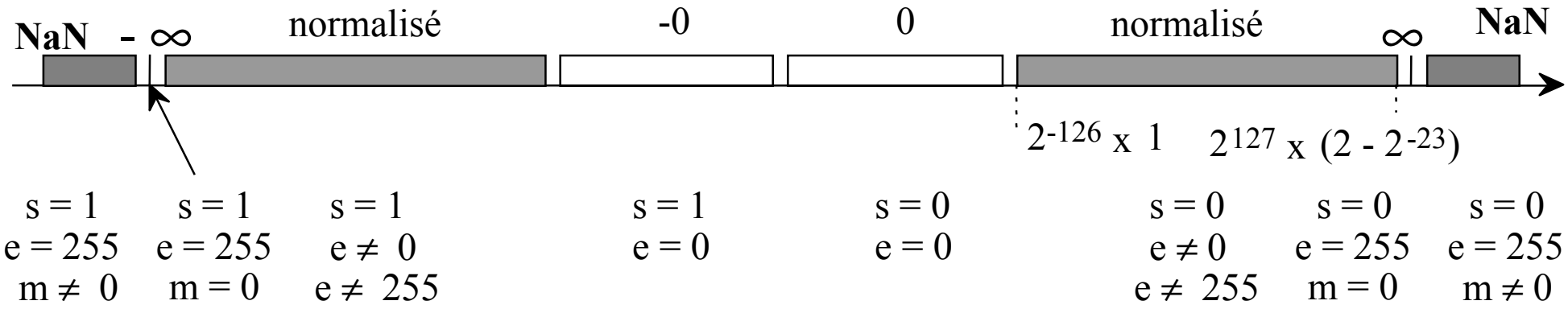
1- Une soustraction de deux nombres "petits"
La soustraction de deux nombres "grands" donne un nombre "grand" ou zéro.

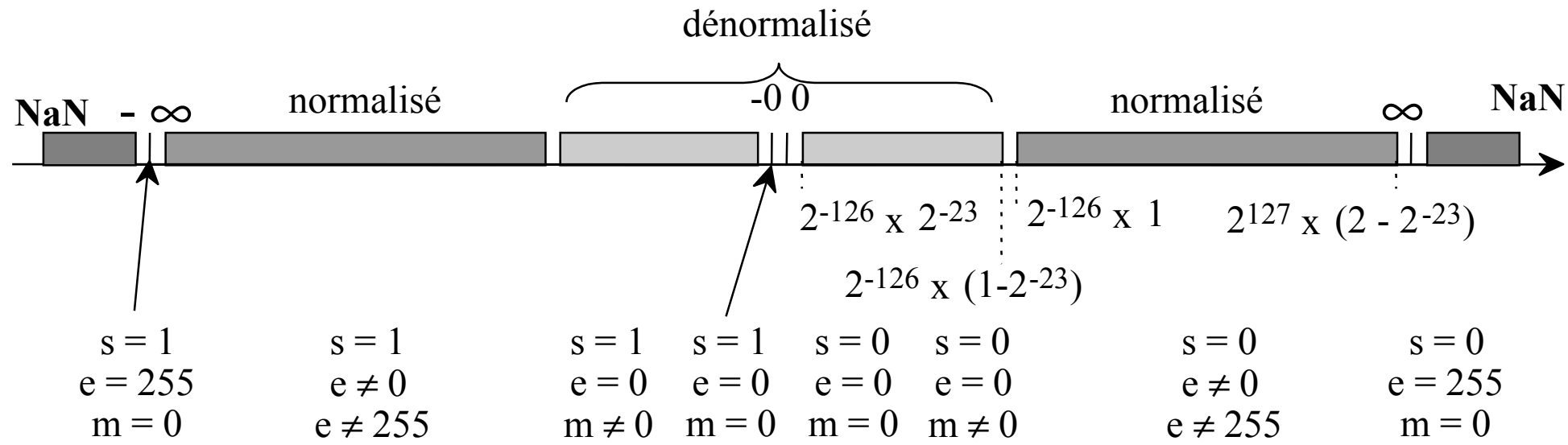
2 - Une multiplication de deux nombres "petits"

3- Une division d'un dividende "petit" par un diviseur "grand"

Le matériel pour traiter le cas 1 et les cas 2 et 3 est très différent.

Domaines de representation du 32 bits

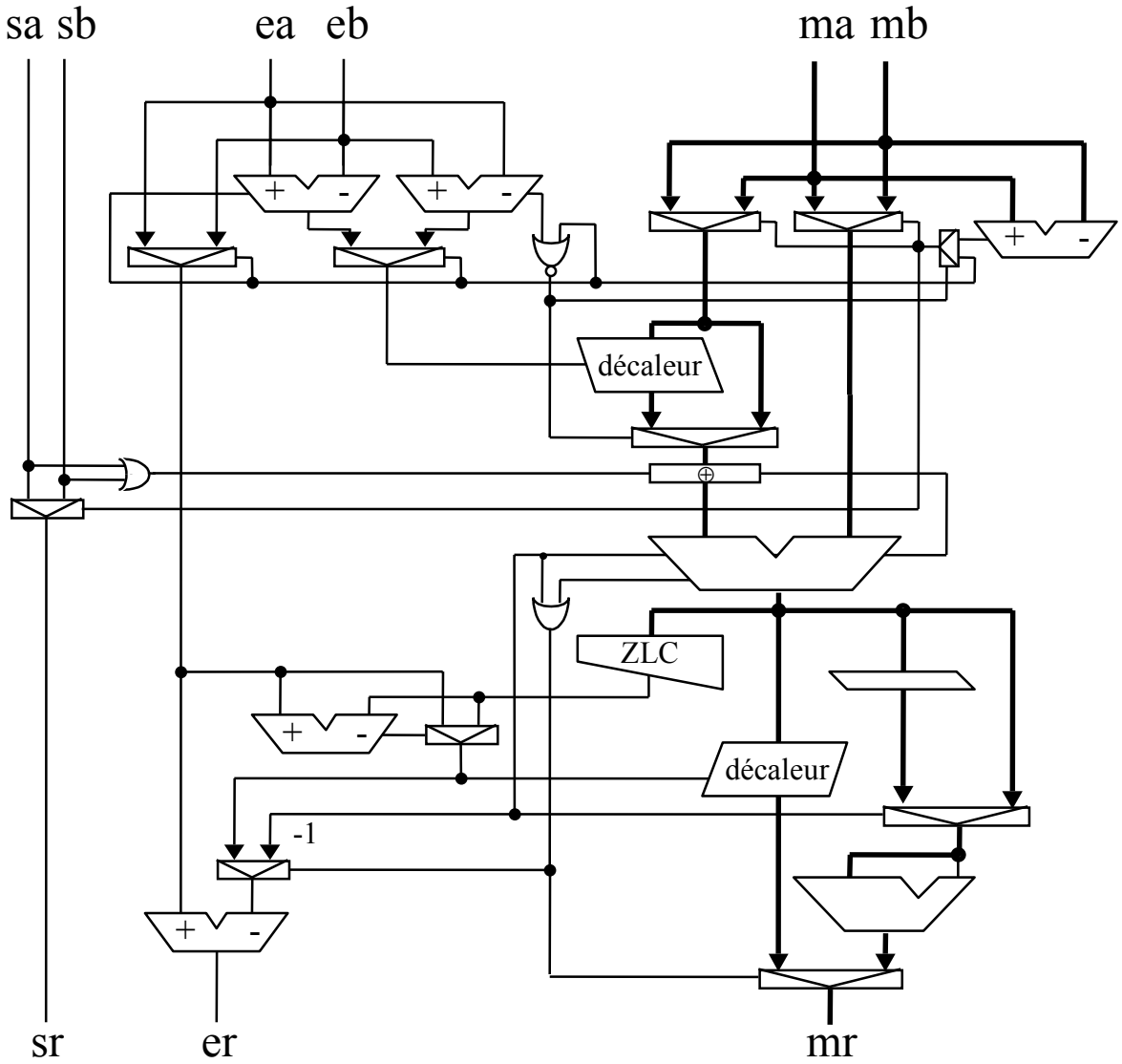




Exemples d'addition

Nombres Décimaux	Binaire en virgule flottante	Opérandes Alignés	Résultat normalisé
1 $+\ 0{,}75$	$1{,}0 * 2^{0}$ $1{,}1 * 2^{-1}$	$1{,}0 * 2^{0}$ $0{,}11 * 2^{0}$ $1{,}11 * 2^{0}$	$1{,}11 * 2^{0}$
1 $+\ 1{,}5$	$1{,}0 * 2^{0}$ $1{,}1 * 2^{0}$	$1{,}0 * 2^{0}$ $1{,}1 * 2^{0}$ $10{,}1 * 2^{0}$	$1{,}01 * 2^{1}$
1 $-\ 0{,}75$	$1{,}0 * 2^{0}$ $1{,}1 * 2^{-1}$	$1{,}0 * 2^{0}$ $-0{,}11 * 2^{0}$ $0{,}01 * 2^{0}$	$1{,}0 * 2^{-2}$

Addition flottante



tri du plus grand et du plus petit

alignement de la mantisse du plus petit

complémentation éventuelle du plus petit

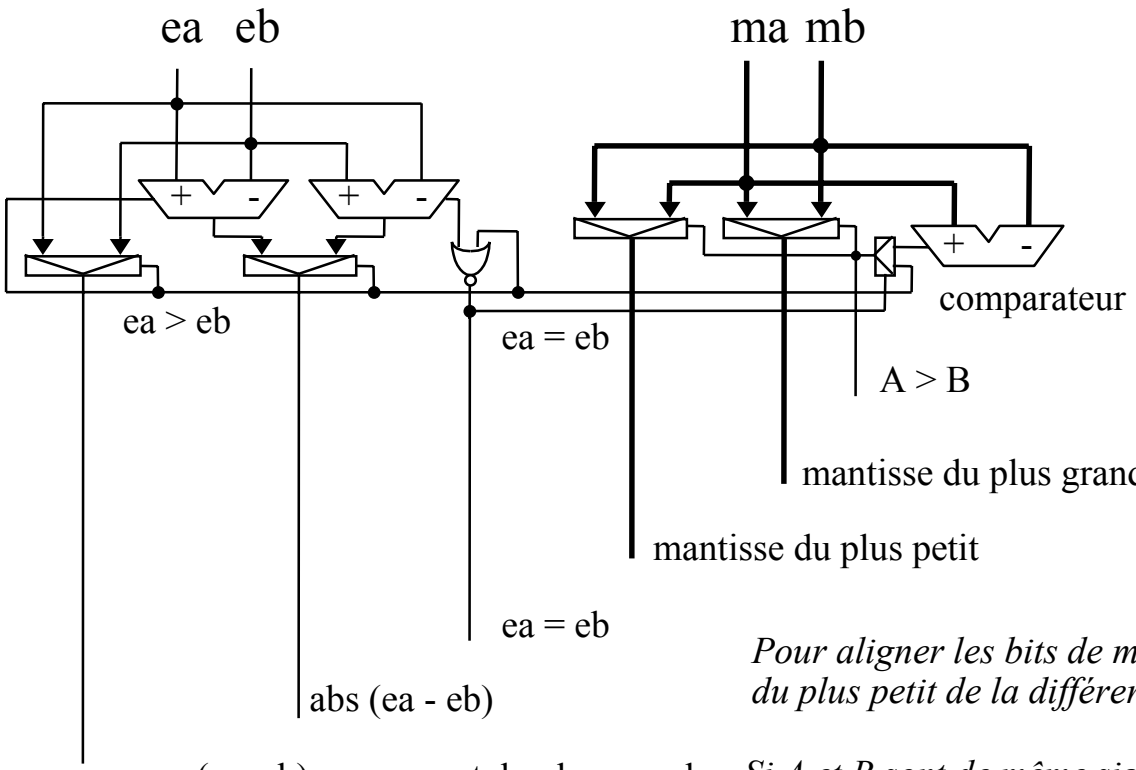
exécution de l'opération (addition ou soustraction)

normalisation (si possible)

arrondi du résultat

Addition (1)

Sélection du plus grand



Le signe du résultat est le signe du plus grand

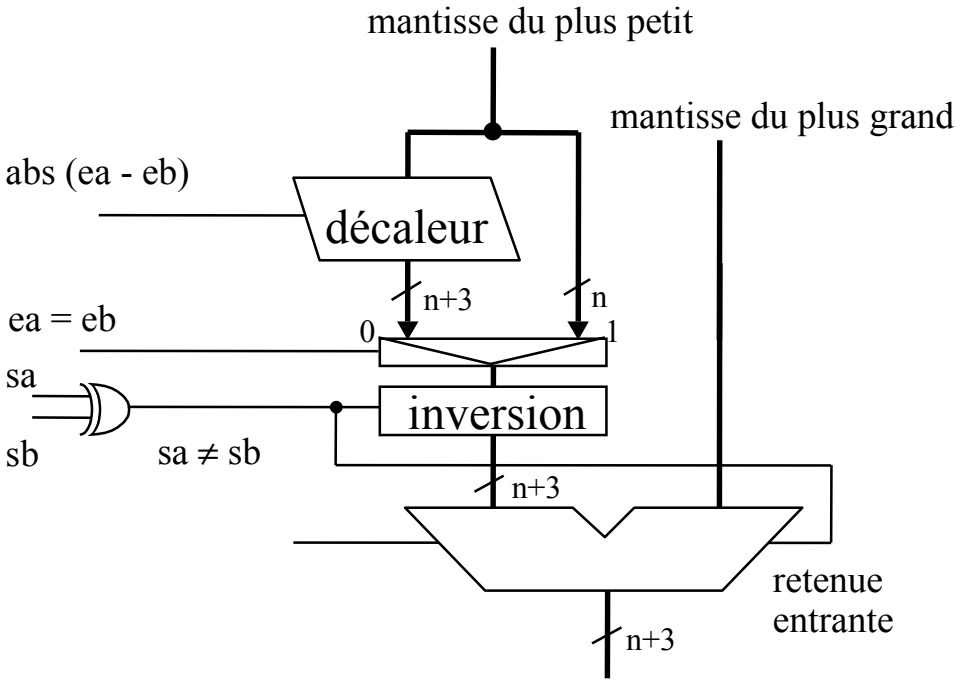
Les mantisses étant positive, il faut soustraire la plus petite de la plus grande

Pour aligner les bits de même poids, il faut décaler la mantisse du plus petit de la différence des exposants

Si A et B sont de même signe, l'exposant du résultat aura celle valeur ou cette valeur plus 1 (dépend de la retenue sortante).
Si A et B sont de signe différent, l'exposant du résultat sera compris entre cette valeur et cette valeur moins le nombre de bits de la mantisse

Addition (2)

Alignement des mantisses



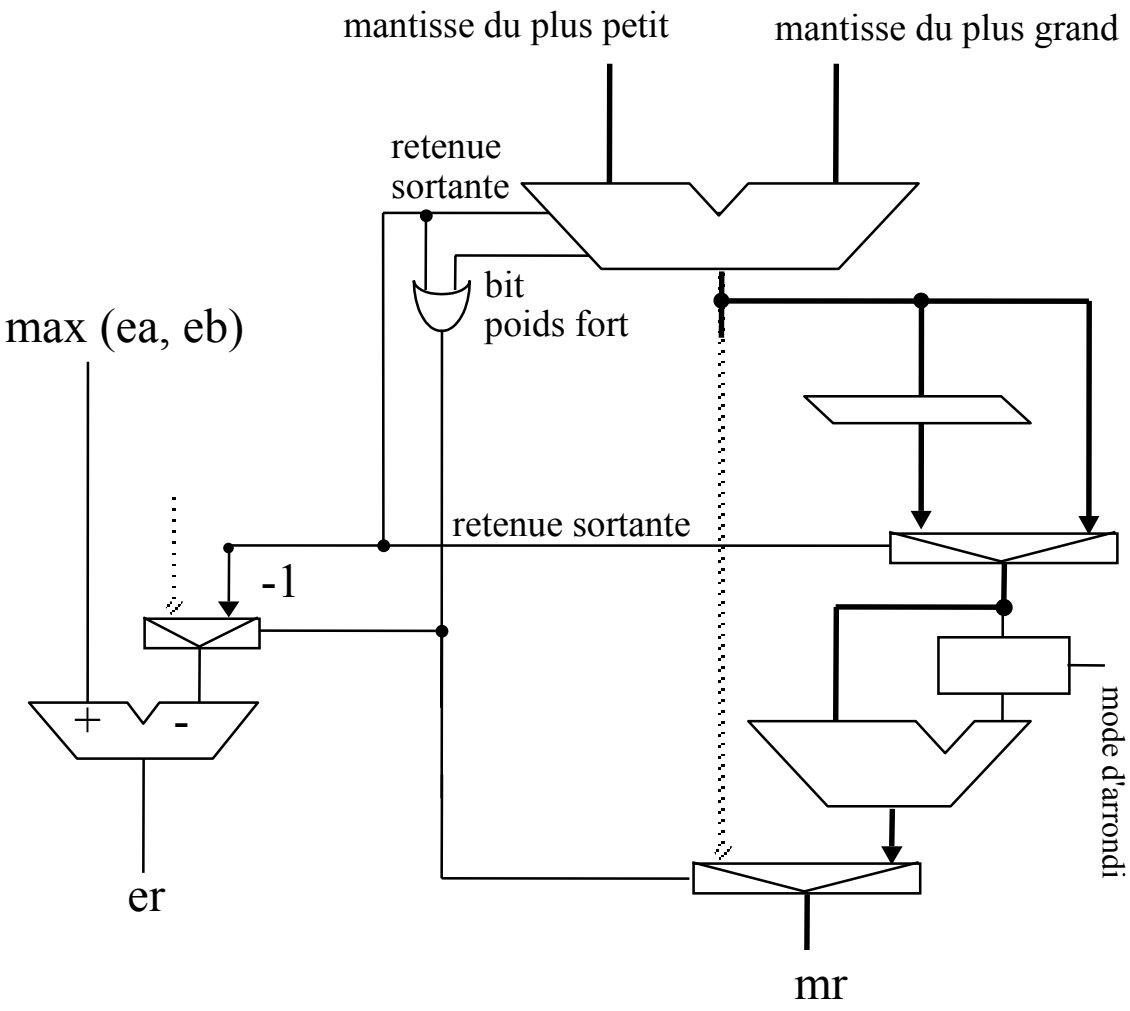
Pour aligner les bits de même poids, on décale vers la droite celui de plus petit exposant.

On garde 3 des bits sortant du décalage:
G: garde
R: arrondi
C: persistant, "ou logique" de tous les bits restant.

On soustrait toujours la mantisse du plus petit de la mantisse du plus grand

Pour aller plus vite, on peut ne pas attendre de savoir quelle est la mantisse du plus grand lorsque les exposants sont égaux en doublant l'additionneur et en choisissant le résultat positif après une soustraction.

Addition (3) - Normalisation du résultat

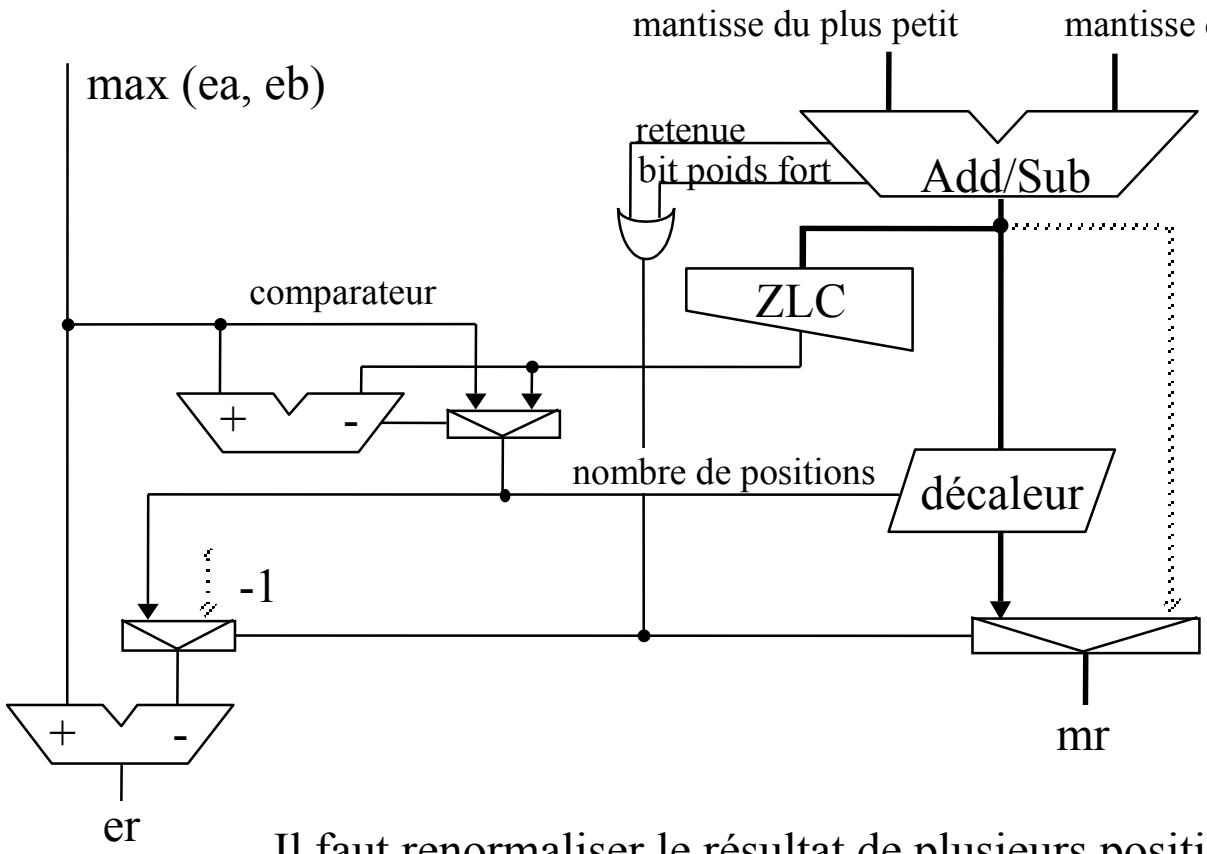


Si la retenue sortante vaut 1 alors décaler le résultat d'une position à droite.

Si la retenue vaut 0 et le bit poids fort vaut 1 alors le nombre est normalisé ($1 \leq n < 2$)

Le résultat doit être arrondi suivant le mode choisi

Addition (3') - Normalisation du résultat



ZLD calcule le nombre n de bits à 0 en poids forts.

On décale la mantisse vers la droite de min (n, max(ea, eb)+1) positions pour la renormaliser tout en évitant un exposant négatif ou nul.

On soustrait le nombre de positions de l'exposant

Il faut renormaliser le résultat de plusieurs positions uniquement en cas de soustraction de nombre de même exposant.
Dans ce cas il n'y a pas d'arrondi
Pour aller plus vite, on peut prédire le nombre de Zéros en poids forts à partir des opérandes de la soustraction et non à partir du résultat de la soustraction

Arrondi

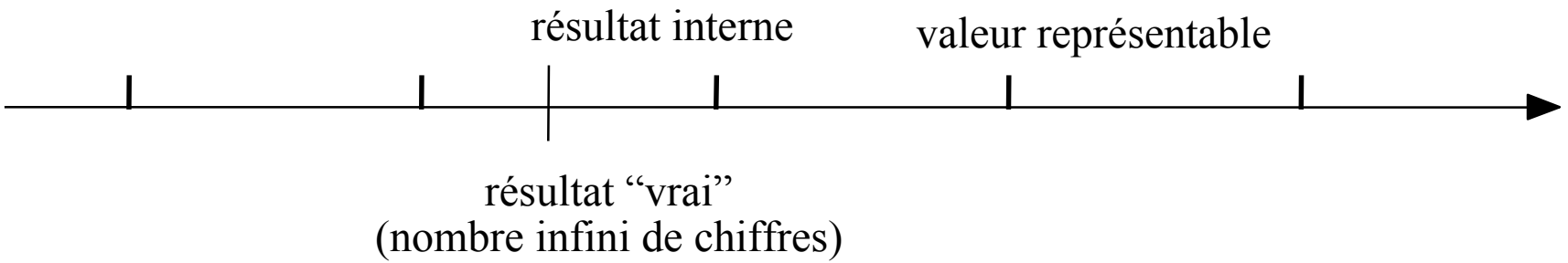
On effectue des opérations arithmétiques sur des réels représentables en format IEEE.

Le résultat d'une addition, d'une soustraction ou d'une multiplication peut être évalué sans erreur, mais le résultat peut ne pas être représentable en format IEEE.

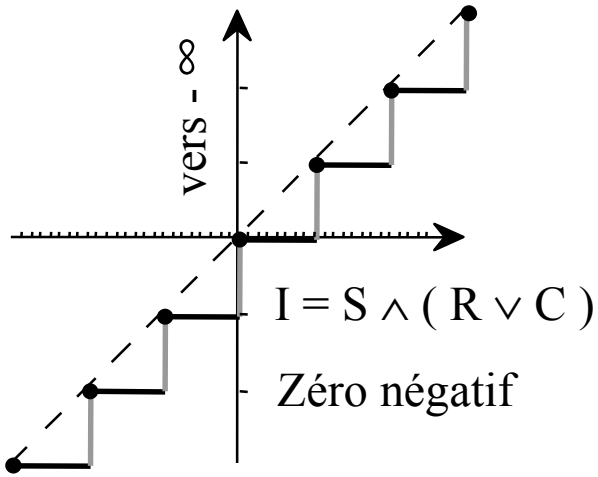
Le résultat d'une division ou d'une extraction de racine carrée peut ne pas être évaluable sans erreur sur un nombre fini de bits, (c'est pourquoi il y a un reste).

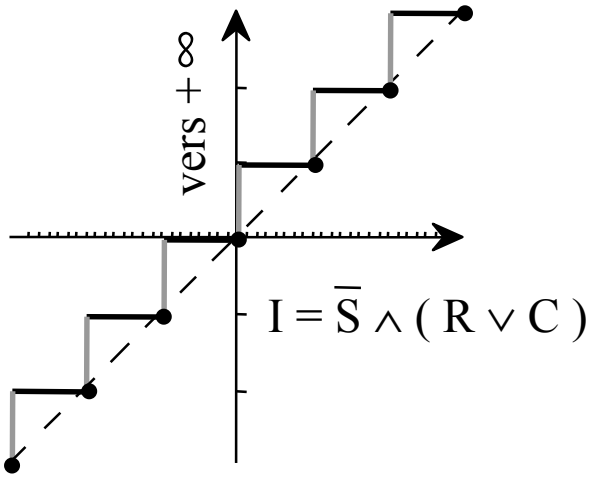
L'arrondi est destiné à trouver une représentation non exacte mais cependant acceptable.

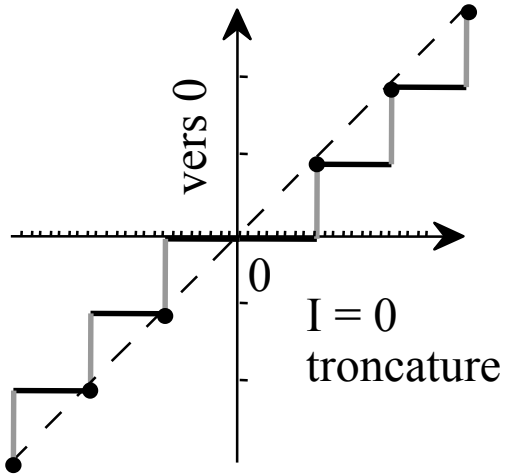
De nombreux travaux ont porté sur la génération et la propagation des erreurs d'arrondi.

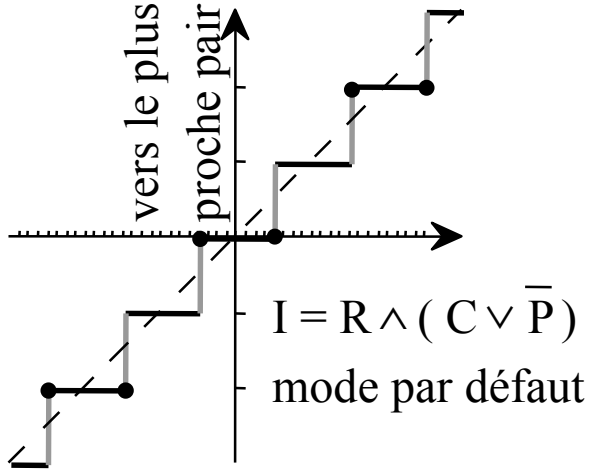


Modes d'arrondi (1)





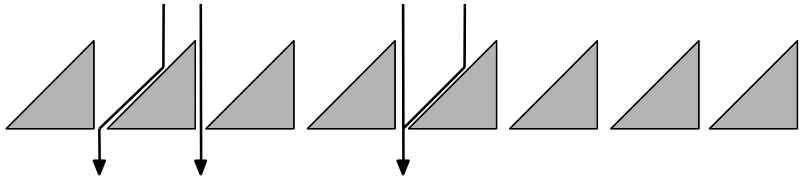




Modes d'arrondi (2)

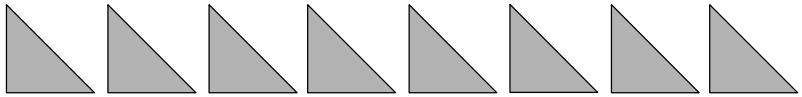
vers - ∞

Résultat de calcul

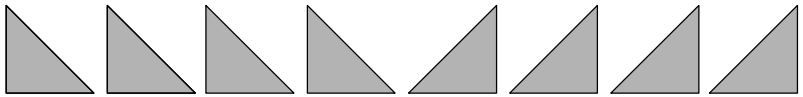


valeurs représentable en IEEE754

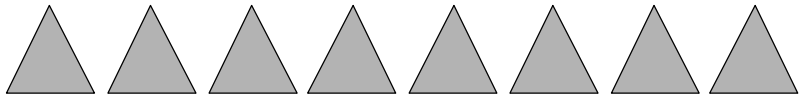
vers + ∞



vers 0



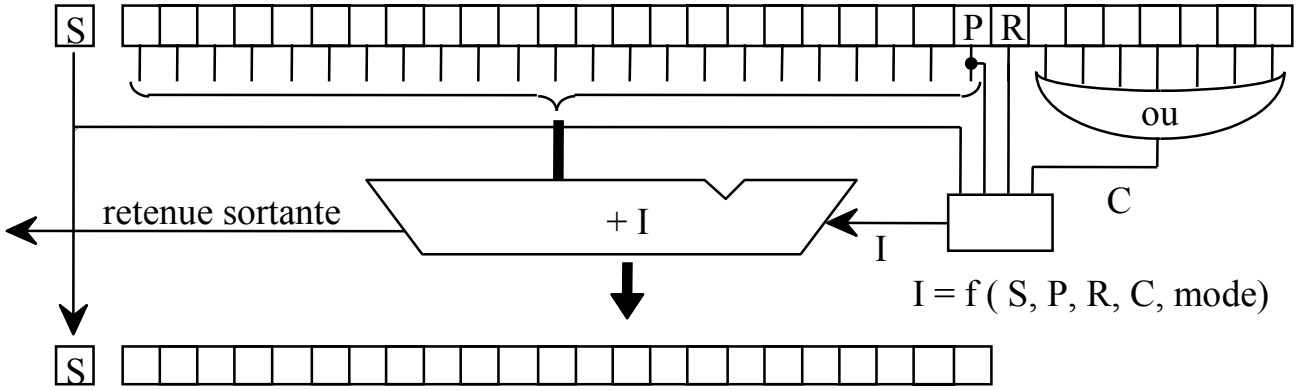
vers le plus proche



Matériel pour l'arrondi

Principe de l'arrondi

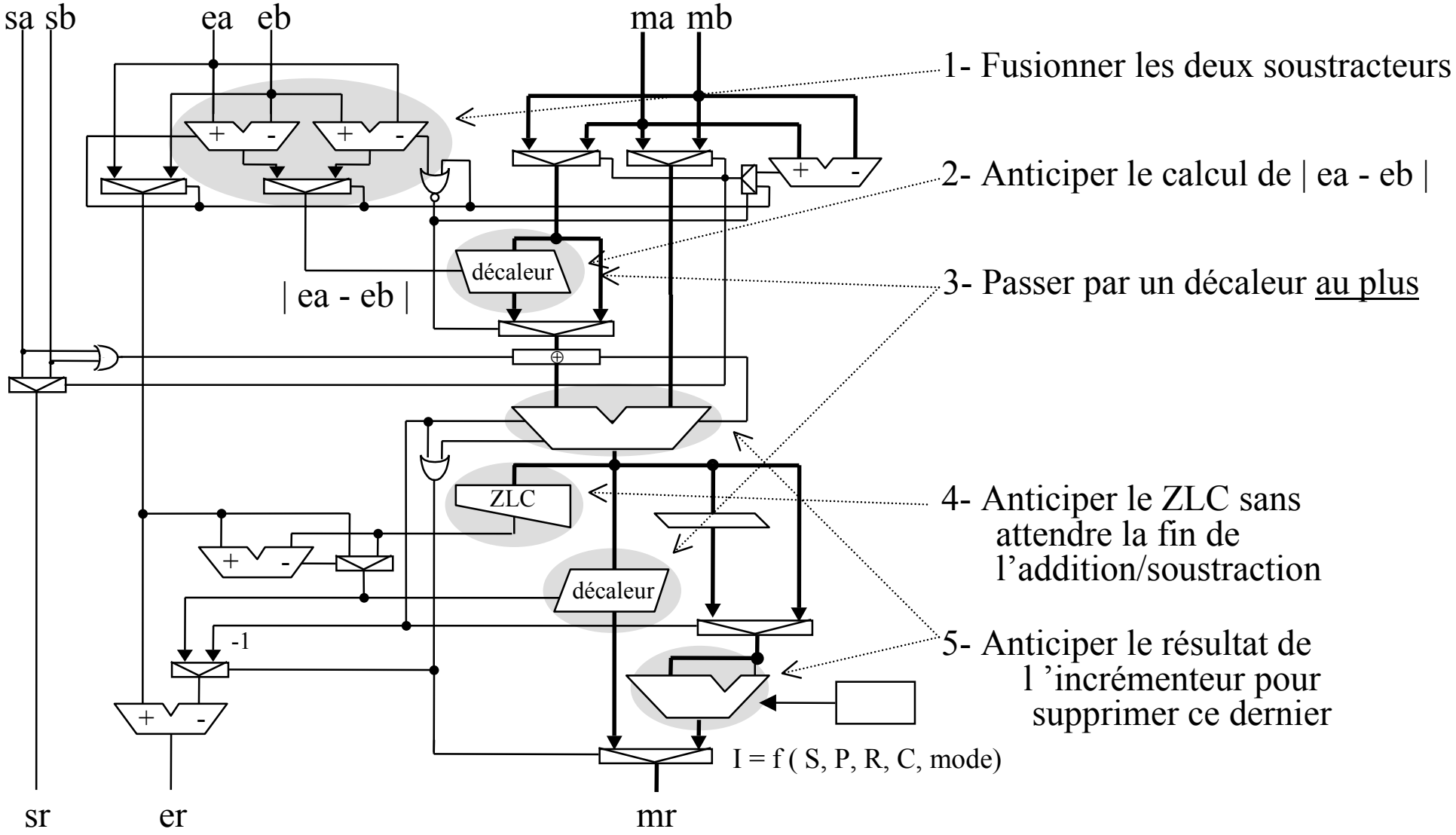
1- Le résultat est calculé en précision infinie (sans perte d'information)
2- Le résultat précédent est traité pour tenir dans un format virgule flottante.



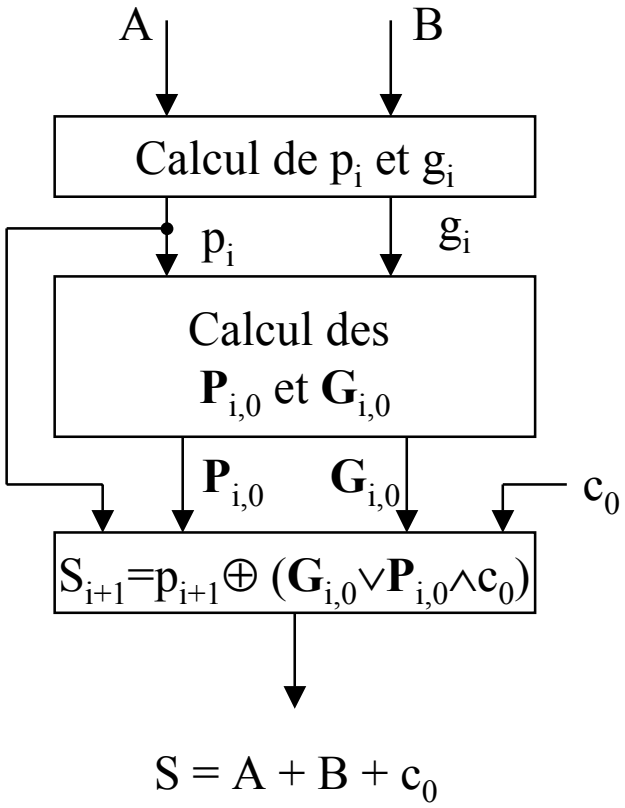
Si l'arrondi provoque une retenue sortante ≠ 0 alors le résultat est 2

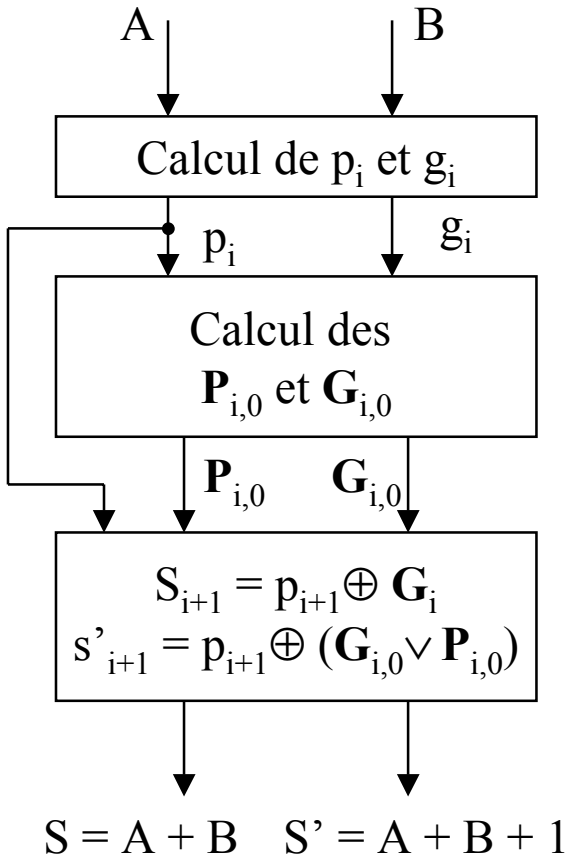
mode d'arrondi	valeur de I
vers + ∞	$I = \overline{S} \wedge (R \vee C)$
vers - ∞	$I = S \wedge (R \vee C)$
vers 0	$I = 0$
vers + proche	$I = R \wedge (C \vee \overline{P})$

Amélioration de l'Addition Flottante



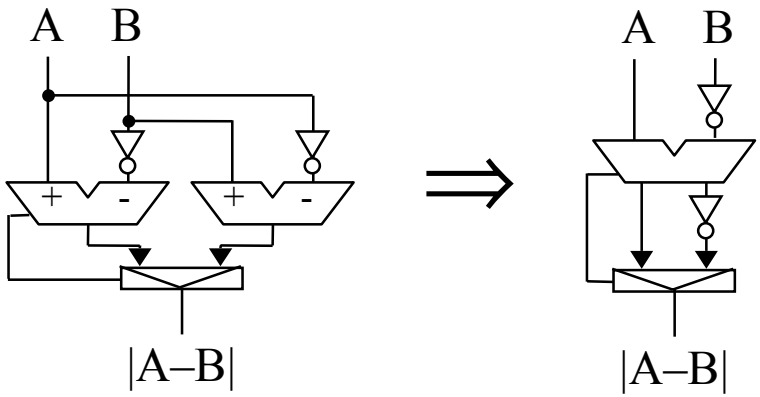
Addition à résultats multiples





On peut calculer <u>simultanément</u> S = A + B et S' = A + B + 1
On peut étendre à plus de 2 sorties

Valeur absolue de la différence



Pour calculer |A–B| on calcule simultanément A–B et B–A avec un additionneur à 2 sorties.

Soit $D = A + \overline{B} + 1 = A - B$.

Soit $S = \overline{A + \overline{B}} = \overline{A - B - 1} = -(A - B - 1) - 1 = B - A$.

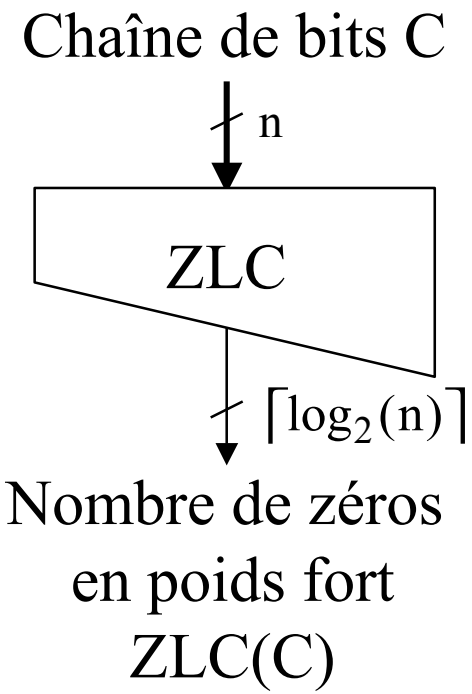
(on vérifie facilement que $D + S = 0$)

On calcule $p_i = a_i \oplus \overline{b_i}$ et $g_i = a_i \wedge \overline{b_i}$ $\forall i$

puis on calcule $G_{i,0}$ et $P_{i,0}$ avec un assemblage adéquat de cellules de Brent et Kung.

On a alors $d_i = p_i \oplus (G_{i,0} \vee P_{i,0})$ et $s_i = \overline{p_i \oplus G_{i,0}}$

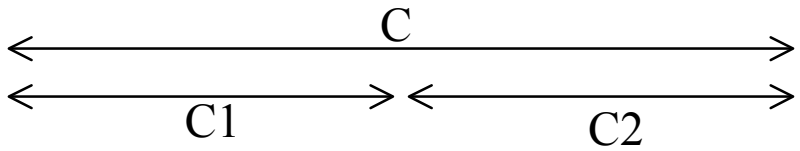
Comptage des zéros (1)



Soit une chaîne de bits C
Long(C) = longueur de la chaîne C (nombre de bits)
ZLC(C) = nombre de bits à zéro en poids forts de C

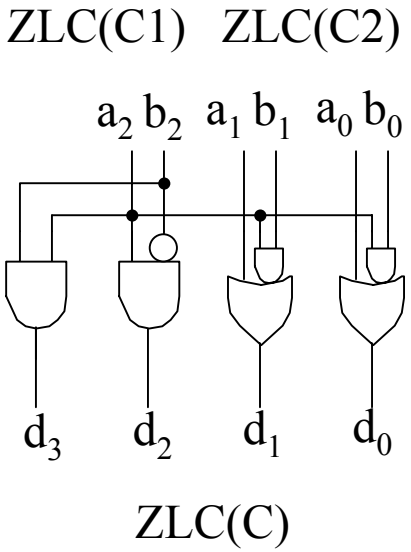
Comptage par dichotomie:
On coupe la chaîne C en deux chaînes C1 et C2.
Si ZLC(C1) < Long(C1) **alors** ZLC (C) = ZLC(C1)
sinon ZLC(C) = Long(C1) + ZLC(C2)

Pour remplacer la comparaison (<) par le test de 1 bit
et replacer l'addition (+) par une concaténation
les longueurs sont des puissances de 2.



Comptage des zéros (2)

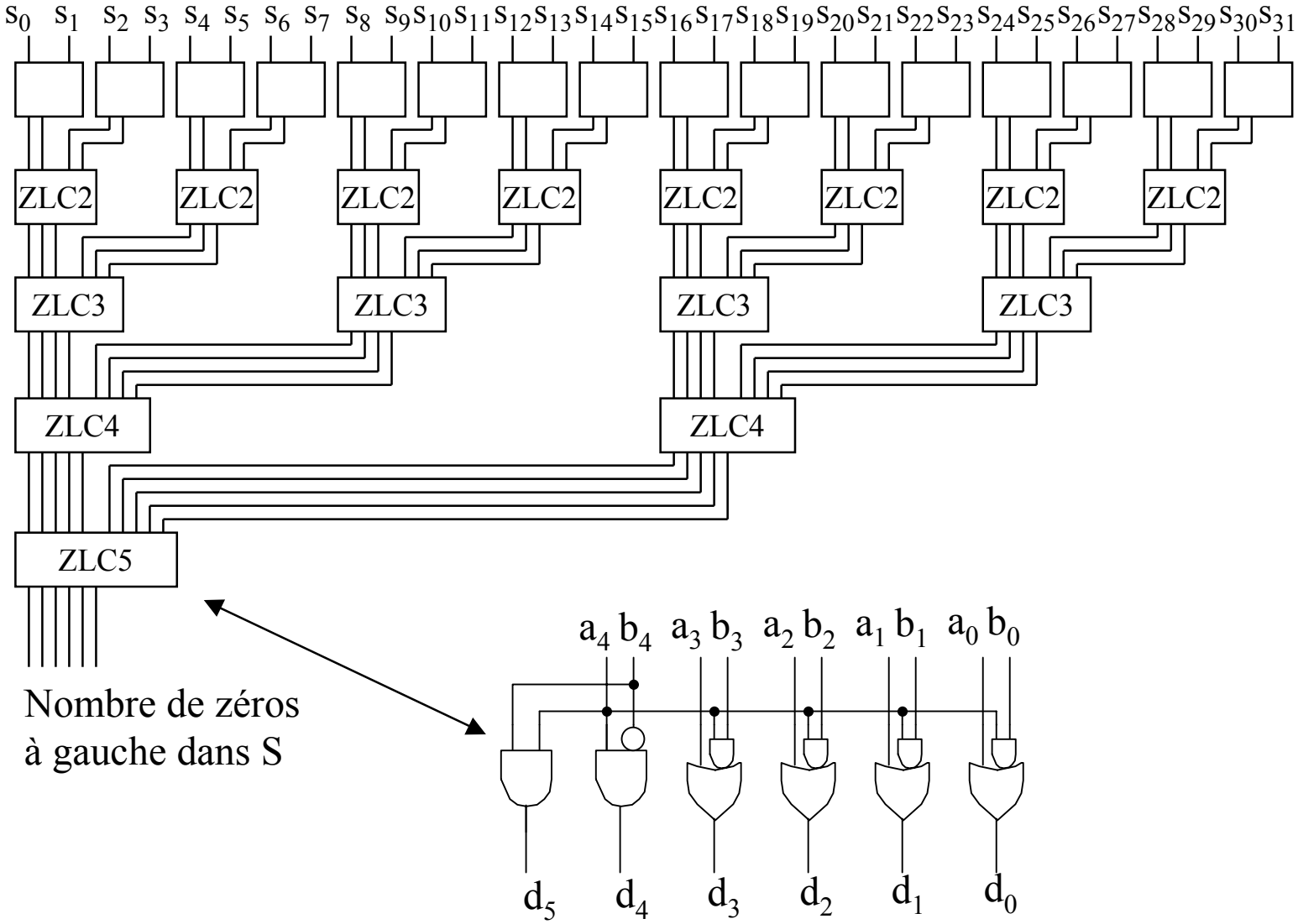
C		ZLC (C1)	ZLC (C2)	ZLC (C)
C1	C2	$a_2\,a_1\,a_0$	$b_2\,b_1\,b_0$	$d_3\,d_2\,d_1\,d_0$
1 x x x	x x x x	0 0 0	x x x	0 0 0 0
0 1 x x	x x x x	0 0 1	x x x	0 0 0 1
0 0 1 x	x x x x	0 1 0	x x x	0 0 1 0
0 0 0 1	x x x x	0 1 1	x x x	0 0 1 1
0 0 0 0	1 x x x	1 0 0	0 0 0	0 1 0 0
0 0 0 0	0 1 x x	1 0 0	0 0 1	0 1 0 1
0 0 0 0	0 0 1 x	1 0 0	0 1 0	0 1 1 0
0 0 0 0	0 0 0 1	1 0 0	0 1 1	0 1 1 1
0 0 0 0	0 0 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0 0



Si ZLC(C1) < Long(C1) **alors** ZLC (C) = ZLC(C1)
sinon ZLC(C) = Long(C1) + ZLC(C2)

avec Long(C1) = Long(C2) = 2^i

Arbre de comptage des zéros



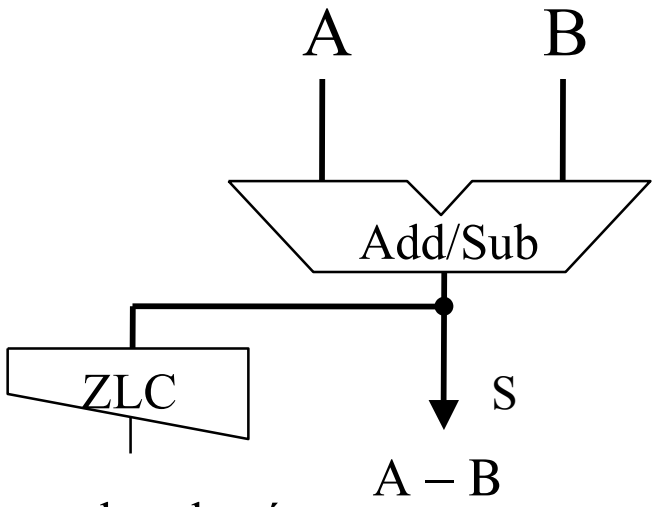
Anticipation du comptage des zéros (1)

Problème: prédire le nombre de zéros en poids forts de S = A – B sans calculer S.

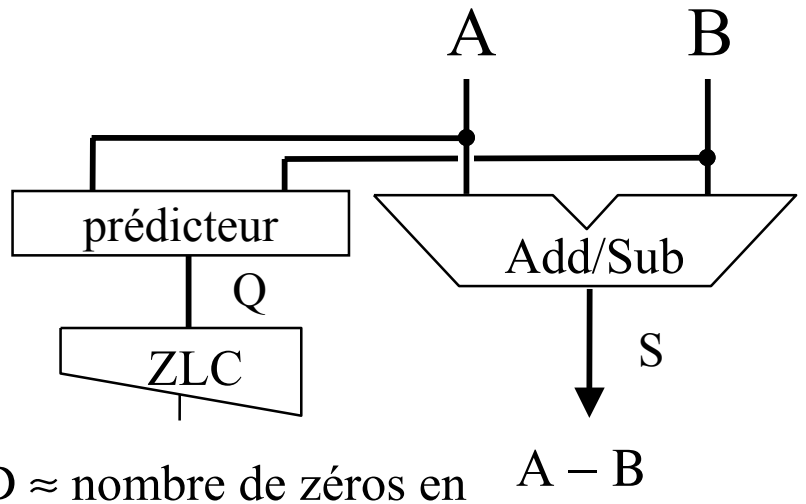
On veut une chaîne Q :

1- avec les mêmes zéros poids forts que S

2- avec un temps de calcul très court



D = nombre de zéros en poids forts du résultat



D ≈ nombre de zéros en poids forts du résultat

On n'a pas de prédicteur à la fois précis et rapide

Anticipation du comptage des zéros (2)

On peut prédire certains bits s_i de S à partir de p_i, g_i, k_i et p_{i+1}, g_{i+1}, k_{i+1} mais pas tous (p_{i+1} à droite)

k_i	k_{i+1}	$s_i = 0$
k_i	p_{i+1}	$s_i = x$
k_i	g_{i+1}	$s_i = 1$
p_i	k_{i+1}	$s_i = 1$
p_i	p_{i+1}	$s_i = x$
p_i	g_{i+1}	$s_i = 0$
g_i	k_{i+1}	$s_i = 0$
g_i	p_{i+1}	$s_i = x$
g_i	g_{i+1}	$s_i = 1$

On calcule la chaîne Q comme ci-dessous (on choisi des valeurs pour les x)

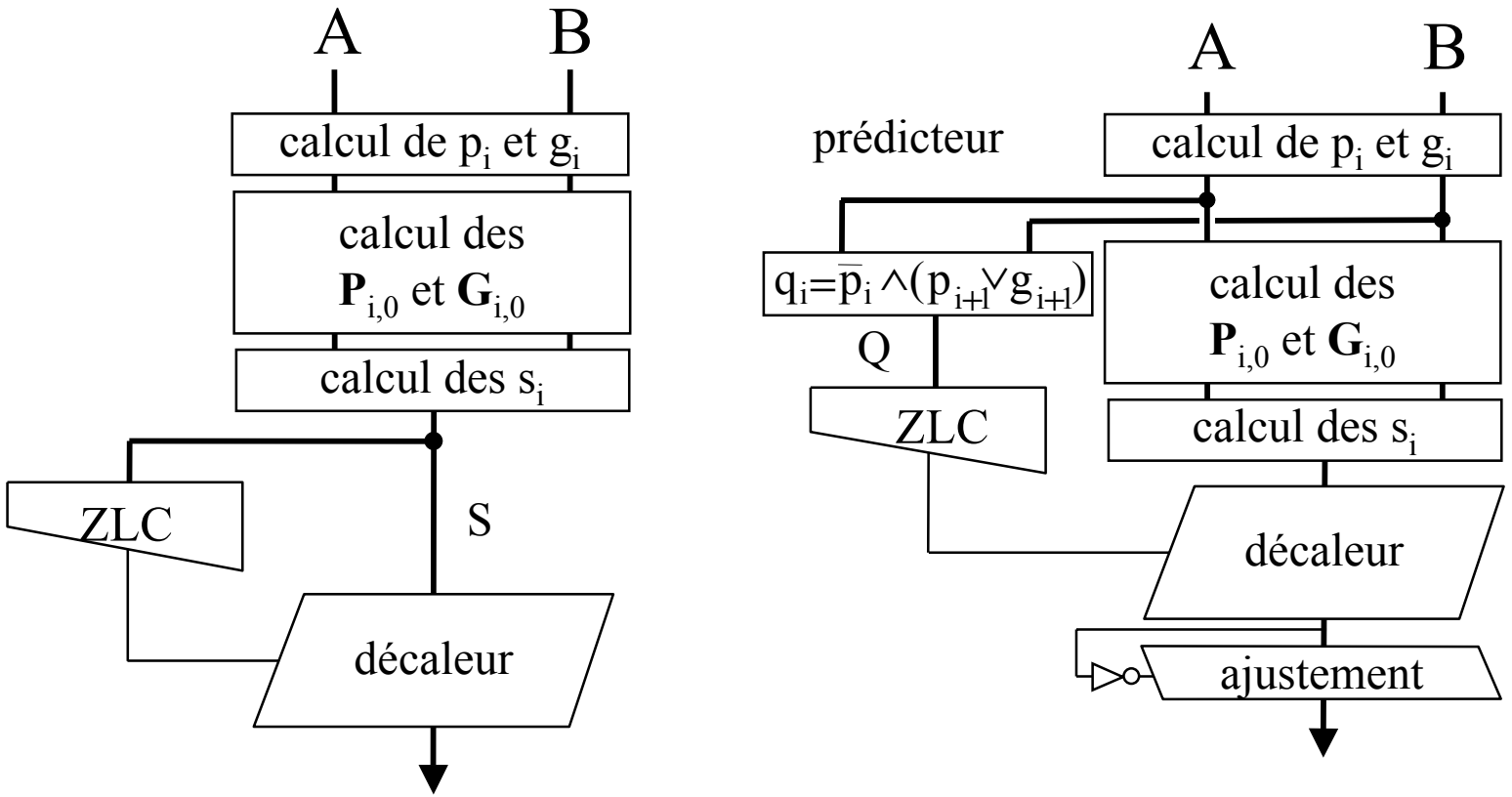
k_i	k_{i+1}	$q_i = 0$
k_i	p_{i+1}	$q_i = 1$
k_i	g_{i+1}	$q_i = 1$
p_i	k_{i+1}	$q_i = x$
p_i	p_{i+1}	$q_i = 0$
p_i	g_{i+1}	$q_i = 0$
g_i	k_{i+1}	$q_i = 0$
g_i	p_{i+1}	$q_i = 1$
g_i	g_{i+1}	$q_i = 1$

n'appartient pas à p* g k*
on choisi 0

$$q_i = (\overline{p_i} \wedge \overline{k_{i+1}})$$
$$= (\overline{a_i} \wedge \overline{b_i} \vee a_i \wedge b_i)$$
$$\wedge (a_{i+1} \vee b_{i+1})$$

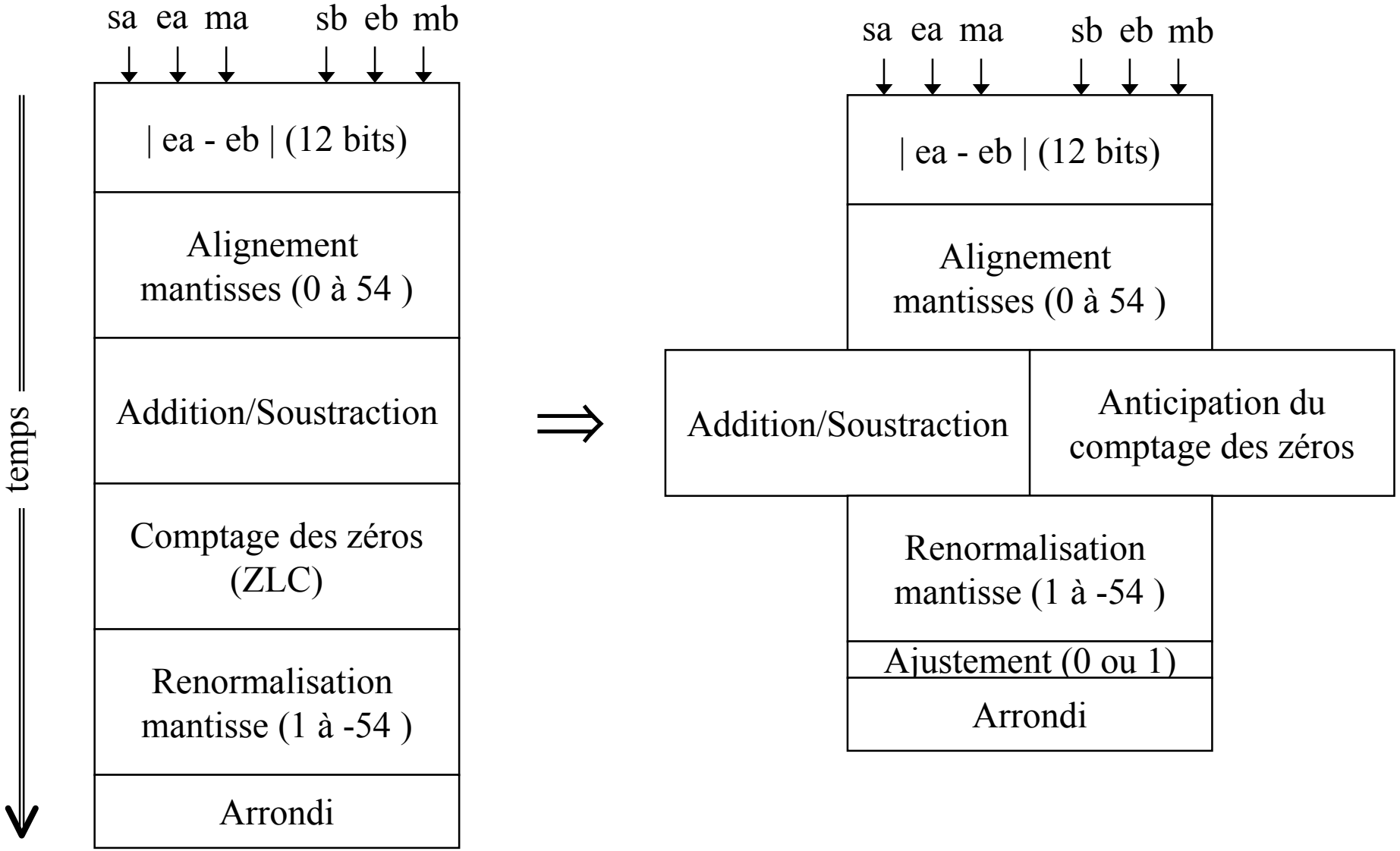
Alors la chaîne S = A - B , S ≥ 0 et la chaîne Q ont le même nombre de bits à zéro dans la chaîne p* g k*, c'est à dire le même nombre de zéros en poids forts à 1 près.

Anticipation du comptage des zéros (3)



L'imprécision du prédicteur demande un étage d'ajustement
$ZLD(S) \leq ZLD(S') \leq ZLD(S) + 1$

Anticipation du comptage des zéros (4)



Erreur de prédiction

Une chaîne de propagation de retenue (≠ p*) commence soit par p*k, soit par p*g.
Le début de chaîne p*k produit une retenue sortante à 0.
Le début de chaîne p*g produit une retenue sortante à 1.

Soit S = A - B avec A > B, S > 0.
Alors la chaîne de retenues commence par p*g.
Soit D' la longueur de la sous-chaîne p*g k*.

Soit D le nombre de zéros en tête de S.
Si la chaîne commence par p*g k*p* k alors D = D'
Si la chaîne commence par p*g k*p* g alors D = D'-1

En résumé:
On sait que la chaîne de propagation commence par p*g
On veut la longueur de la chaîne p*g k*
On veut savoir si la chaîne commence par p*g k*p*k.

Prédiction de l'ajustement (1)

Transcodage

$\overline{p}_i\,\overline{k}_{i+1} \Rightarrow q_i$

$p_{i-1}\,k_i \Rightarrow n_i$

autre $\Rightarrow z_i$

Chaîne à reconnaître

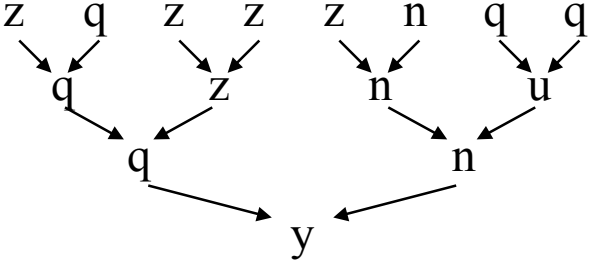
p* g k* p* k

transcodée en
z* q z* n

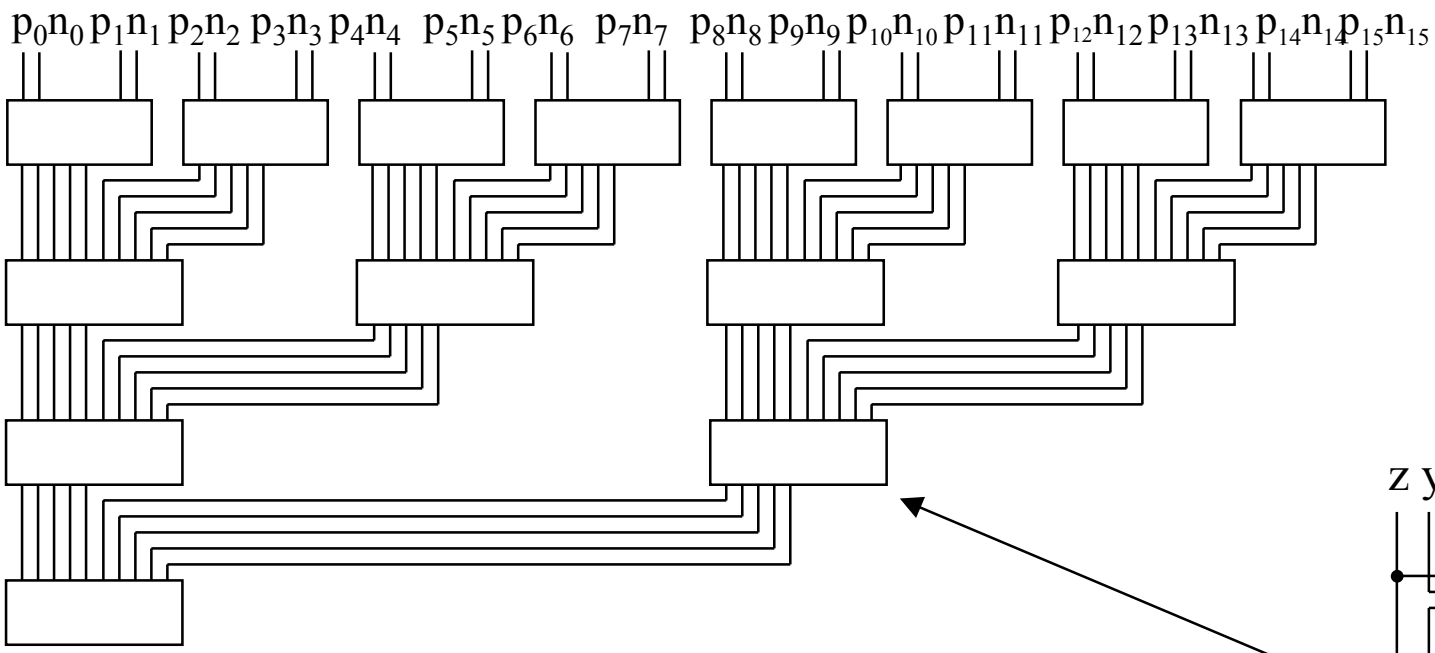
Concaténation de chaînes

chaîne de gauche \ chaîne de droite	z	q	n	y	u
z	z	q	n	y	u
q	q	u	y	u	u
n	n	n	n	n	n
y	y	y	y	y	y
u	u	u	u	u	u

A =	0	1	0	0	1	0	1	1
B =	0	0	0	0	1	1	0	0
A–B	0	1	0	0	0	$\overline{1}$	1	1
	z	q	z	z	z	n	q	q



Prédiction de l'ajustement (2)



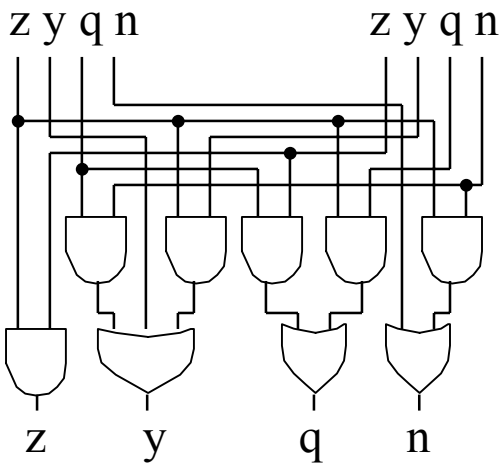
	z	q	n	y	u
z	z	q	n	y	u
q	q	u	y	u	u
n	n	n	n	n	n
y	y	y	y	y	y
u	u	u	u	u	u

$z = z\ z$

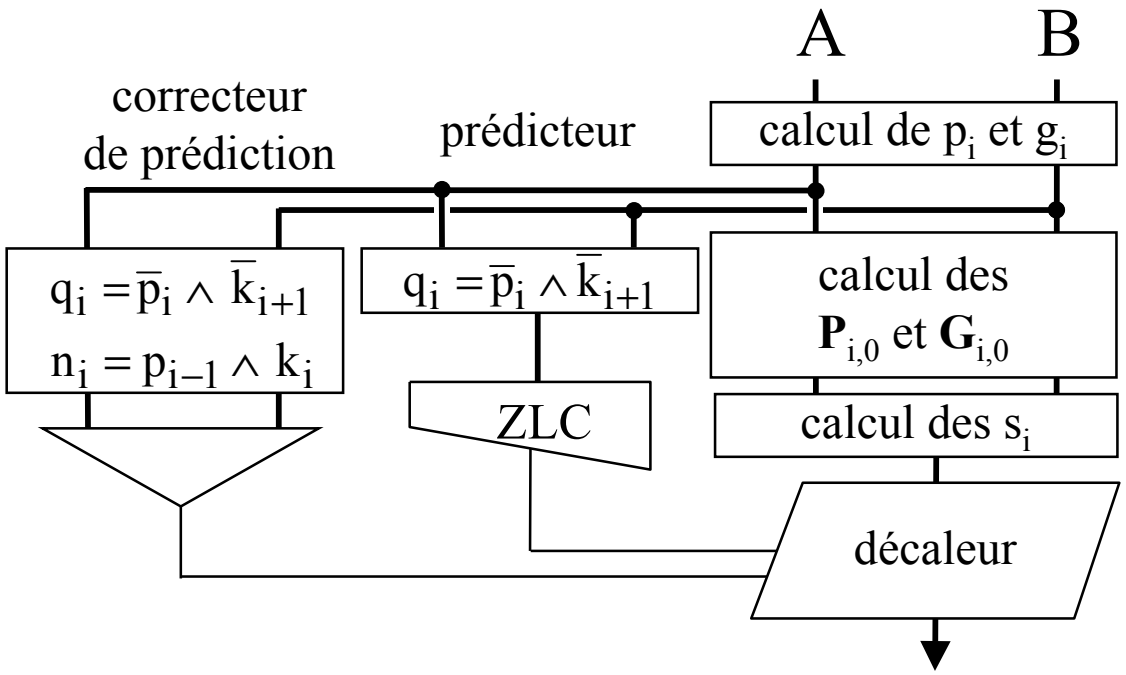
$y = q\ n \vee y\ \phi \vee z\ y$

$q = q\ z \vee z\ q$

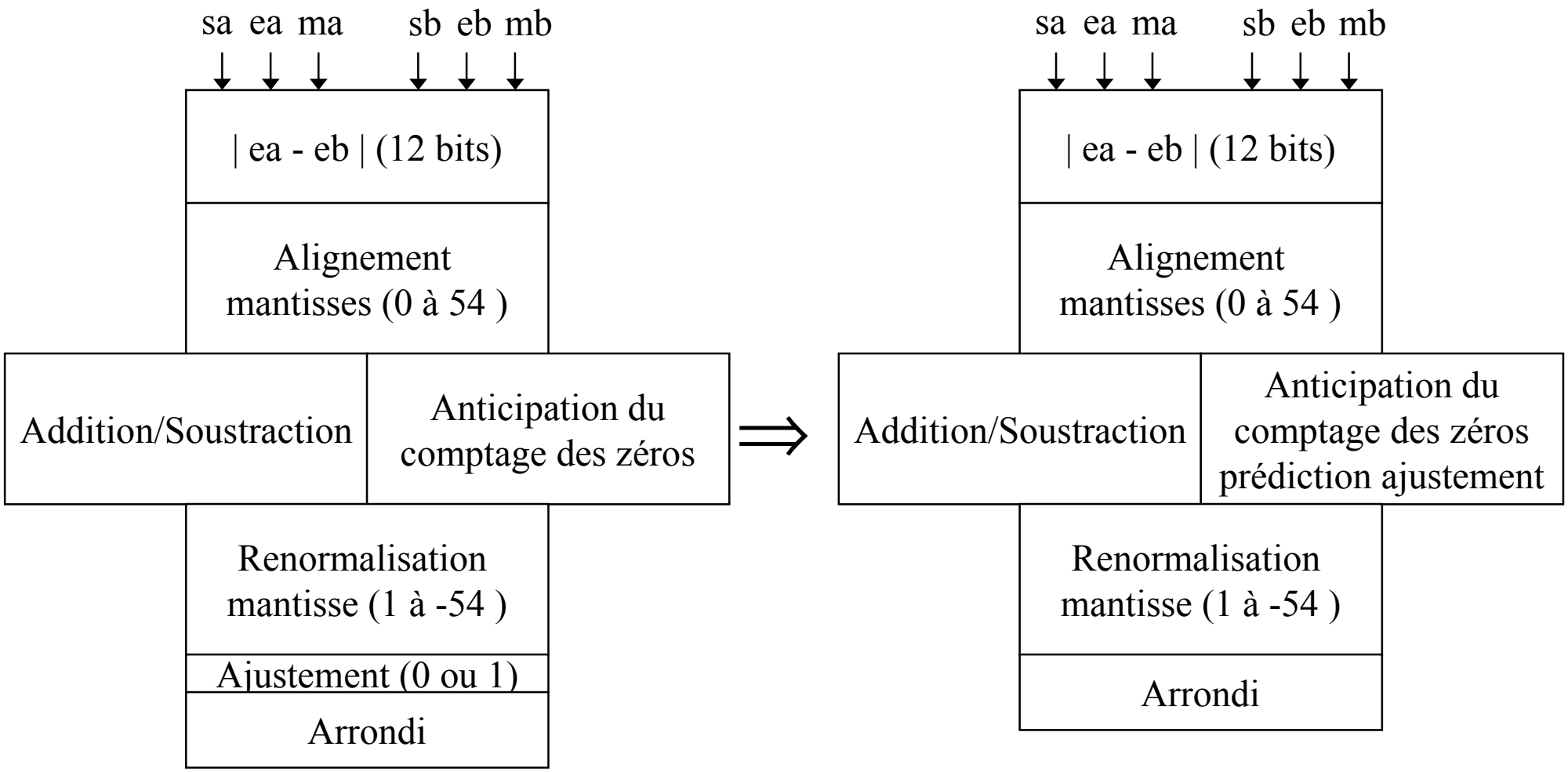
$n = n\ \phi \vee z\ n$



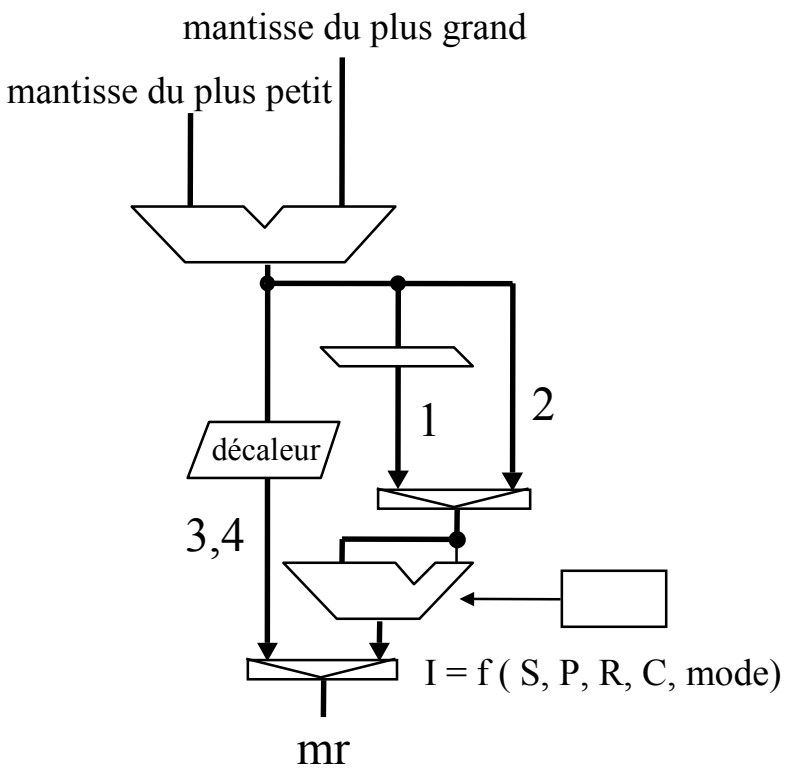
Prédiction de l'ajustement (3)



Prédiction de l'ajustement (4)



Renormalisation et arrondi de la mantisse



Pour être renormalisé, le résultat est soit
1- décalé à droite de 1 position
2- déjà normalisé
3- décalé à gauche de 1 position
4- décalé à gauche de 2 positions ou plus

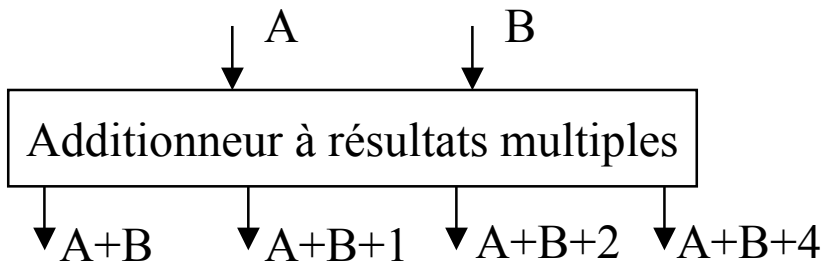
Dans le cas 4, $| ea - eb | \leq 1$, donc le décalage introduit à gauche 1 zéro au moins.

Seuls les cas 1, 2 et 3 peuvent provoquer une propagation de retenue pour l'arrondi.

On peut « précalculer » chacun de ces résultats avec un additionneur à résultats multiples

Arrondi spéculatif

On précalcule 1- la mantisse du résultat,
2 -la mantisse du résultat +2 lsb
3 -la mantisse du résultat +1 lsb
4 -la mantisse du résultat +1/2 lsb



Si l'arrondi du résultat est de
1- sans ajout (troncature)
2 -de une position à droite puis ajout
3 -de 0 position puis ajout
4 -de une position à gauche puis ajout

Alors le résultat est précalculé, sinon il n'y a pas besoin d'addition puisqu'il n'y a pas de propagation de retenue.

Addition/Soustraction spéculative (1)

On spécule que | ea - eb | > 1 Eloigné

Alignement

1 - calculer n = | ea - eb | sur 12 bits
(détermine si la spéculation est correcte)

2 - décaler la mantisse du plus petit de
n positions à droite

2' - Si n > 54 ou n ≤ 1 alors abandon.

Normalisation

3 - Le nombre de position est donné par les 3 premiers bits du résultat avant normalisation

4 - La mantisse du résultat est décalé:
soit 1 position à droite (addition)
soit 0 position (addition ou soustraction)
soit 1 position à gauche (soustraction)

On spécule que | ea - eb | ≤ 1 Proche

Alignement

1 - le nombre de positions est donné par les
2 derniers bits de ea et de eb

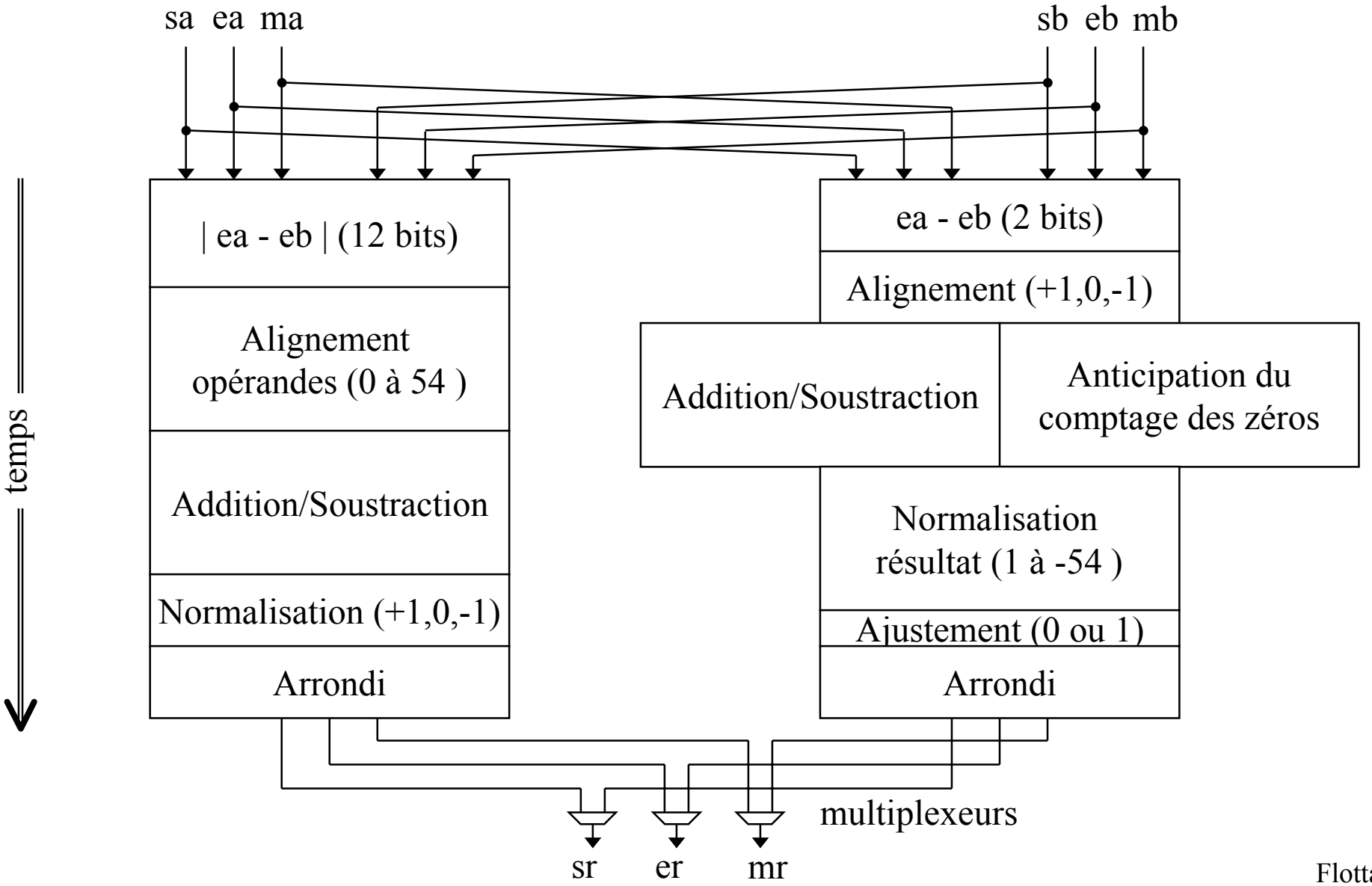
2 - décaler la mantisse du plus petit de
0 ou 1 position à droite

Normalisation

3 - pour une addition, le résultat est décalé
de 0 ou 1 position à droite

3' - pour une soustraction,
3'-1 calculer n = nombre de 0 en
poids forts
3'-2 décaler la mantisse du résultat de n
positions à gauche (introduire n zéros)

Addition/Soustraction spéculative (2)



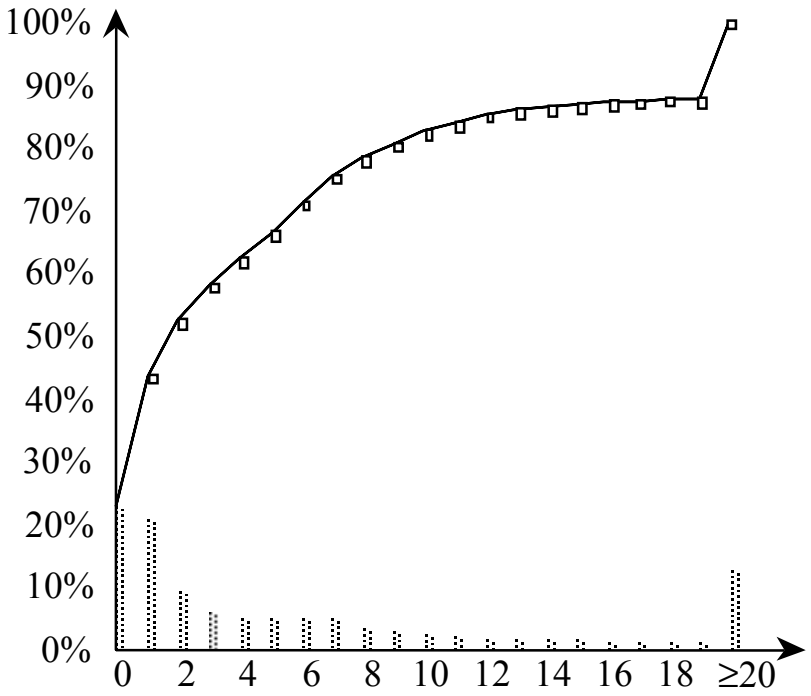
Calcul spéculatif de (ea - eb)

On spécule que | ea - eb | ≤ 1
On veut calculer (ea - eb) ∈ {-1, 0, 1}
On ne tient compte que des 2 derniers
bits de ea et de eb pour ce calcul
⇒ Le calcul spéculatif de (ea - eb) est rapide

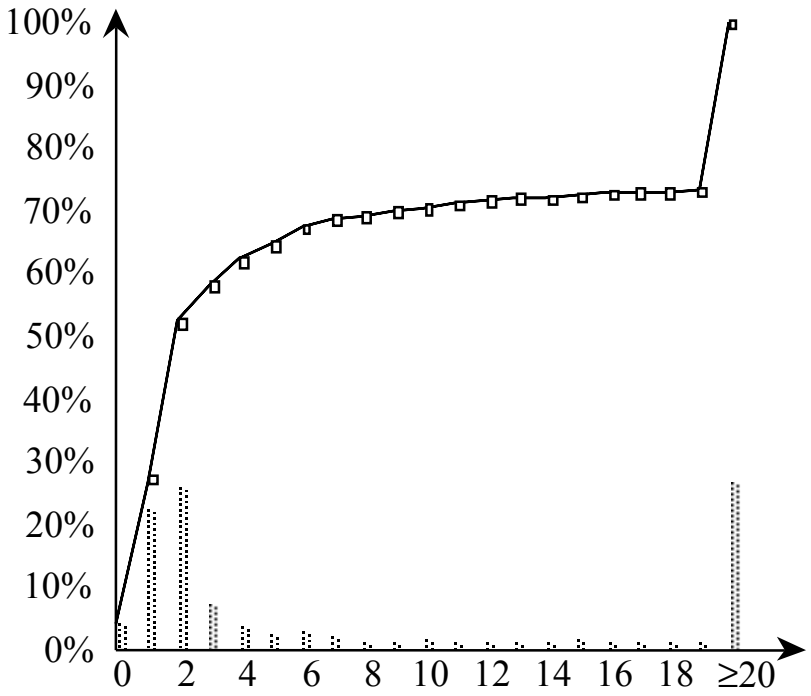
Remarque: dans les cases « ∉ {-1,0,1} », on peut mettre
ϕ puisque cette spéculation sera abandonnés.

ea	eb	ea - eb
00	00	0
00	01	-1
00	10	∉ {-1,0,1}
00	11	1
01	00	1
01	01	0
01	10	-1
01	11	∉ {-1,0,1}
10	00	∉ {-1,0,1}
10	01	1
10	10	0
10	11	-1
11	00	-1
11	01	∉ {-1,0,1}
11	10	1
11	11	0

Répartition des opérandes



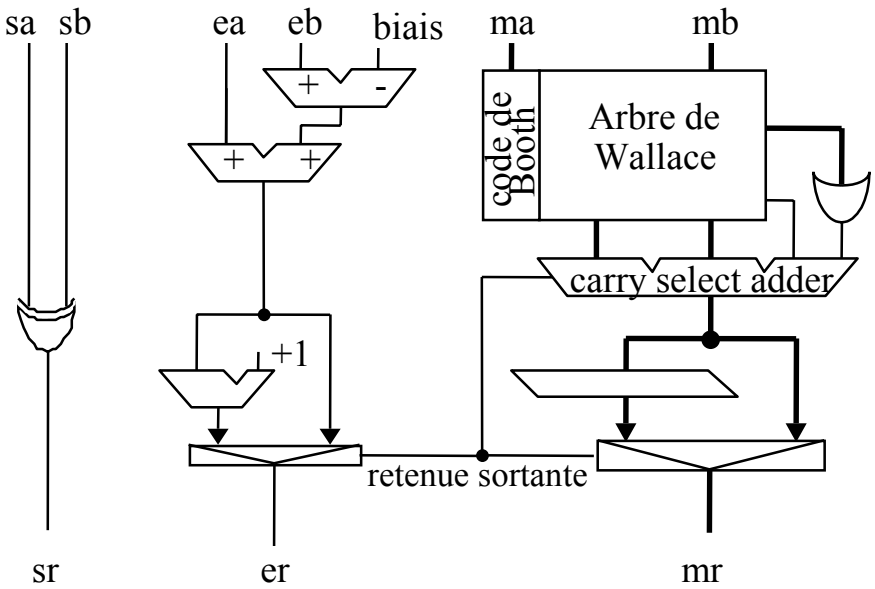
différence des exposants |ea-eb|
pour alignement



distance de décalage à gauche
pour renormalisation

Statistiquement, les deux branches de l'addition spéculative sont prises (≈ 44%, ≈ 56%)

Multiplication flottante



Multiplication des mantisses

Les bits poids faible servent pour l'arrondi

Ajout des exposants

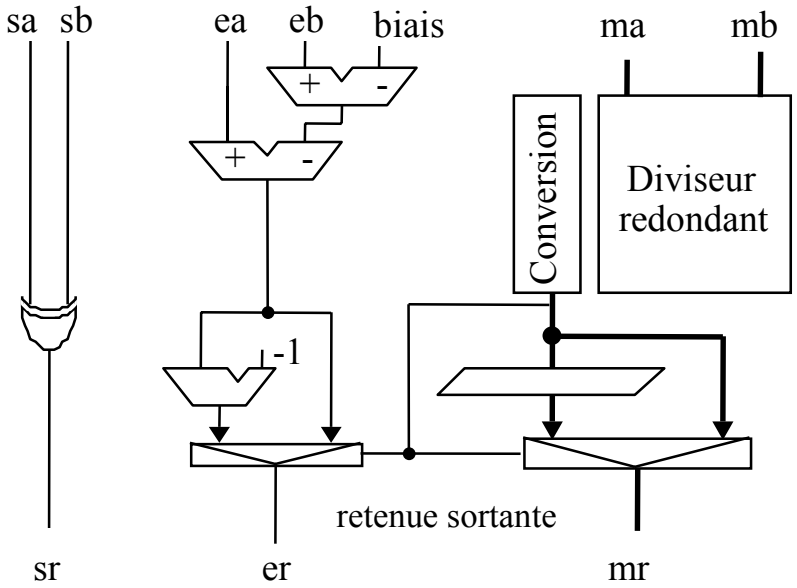
Si la retenue sortante vaut 1 alors décaler le résultat d'une position à droite

L'arbre de Wallace étant difficile à implémenter, on utilise des variantes
On utilise aussi les arbres binaires (dits CS)

Seuls les sorties poids fort du multiplieur, en "carry save" sont additionnés.
On fait le Ou des autres sans les additionner pour l'arrondi.

Le matériel nécessaire au calcul d'un résultat dénormalisé n'est pas inclus dans ce schéma.

Division flottante



Division des mantisses

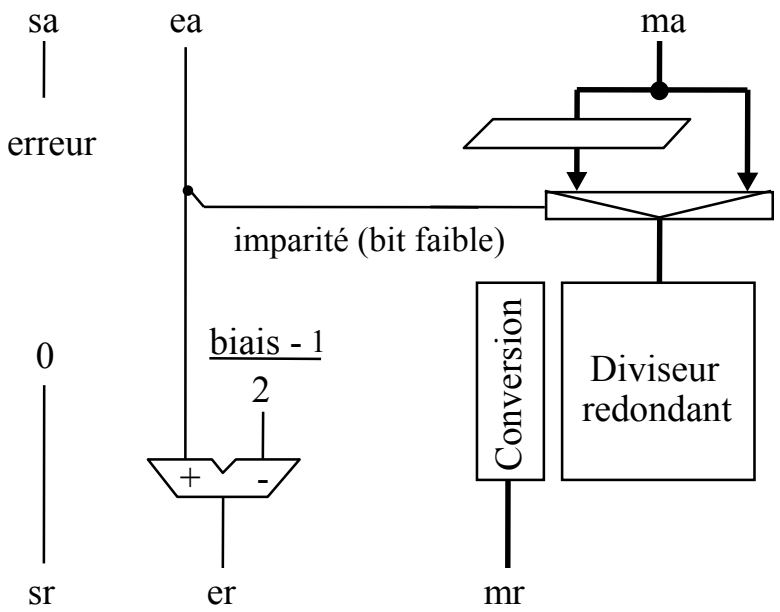
Différence des exposants

Si le quotient est < 1 alors le décaler de une position à gauche

La norme précise que le reste a le même signe que le dividende.

Le matériel nécessaire à la production d'un résultat dénormalisé

Racine Carrée flottante



Le biais est toujours impair

L'exposant d'un carré est pair

Avec des modifications mineures, un diviseur peut calculer la racine carrée

Les racines sont ≥ 0 sauf $\sqrt{-0} = -0$ (Standard IEEE)

Le matériel nécessaire à la production d'un résultat dénormalisé n'est pas inclus dans ce schéma.

Fonctions élémentaires flottante

Les fonctions élémentaires sont transcendantes

Il n'est donc pas possible de prédire le nombre de bits à calculer pour un arrondi au plus près pour une mantisse de taille fixée

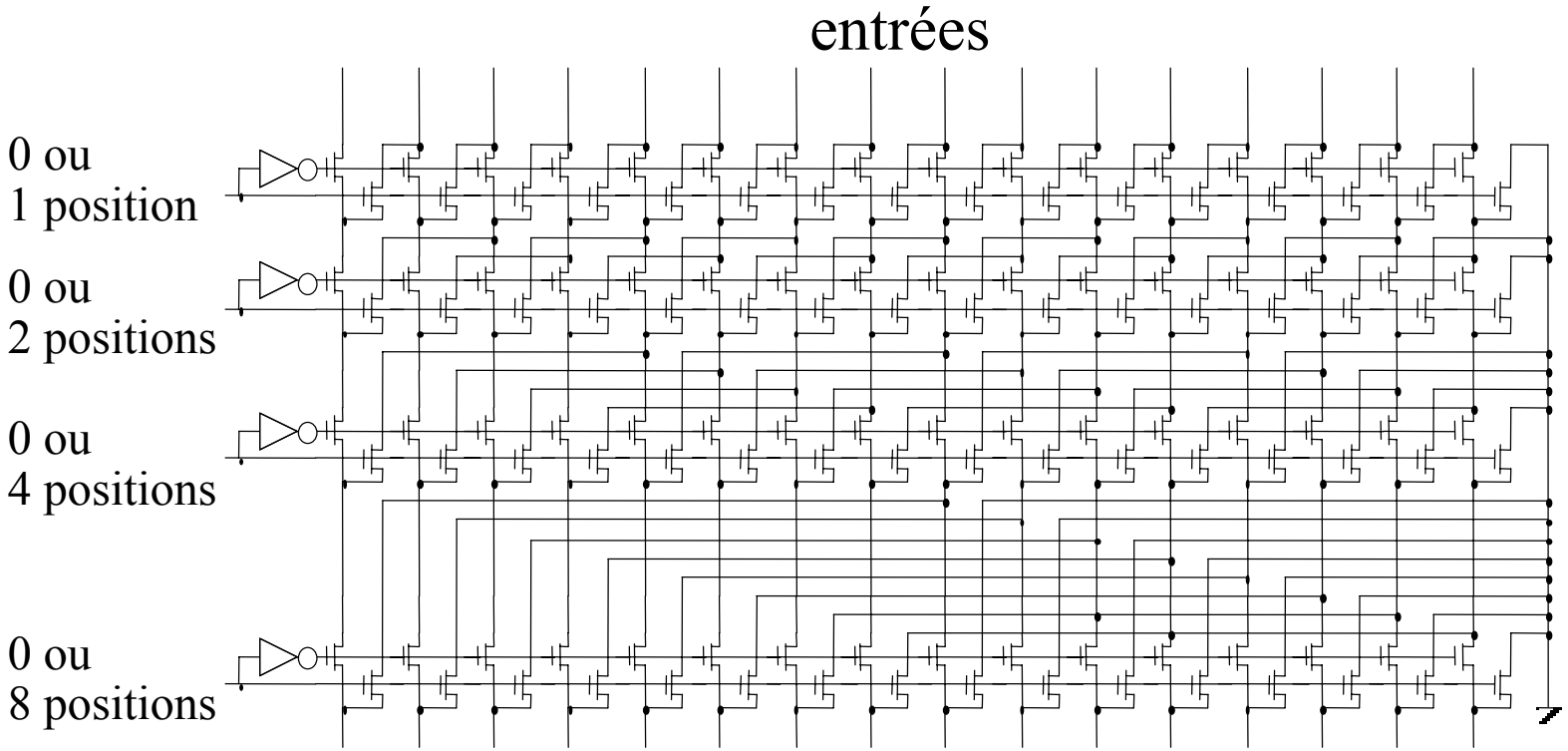
En conséquence la norme IEEE 754 ne prévoit rien pour le calcul des fonctions élémentaires

Conclusion

Les principales techniques d'accélération du calcul en virgule flottantes sont:

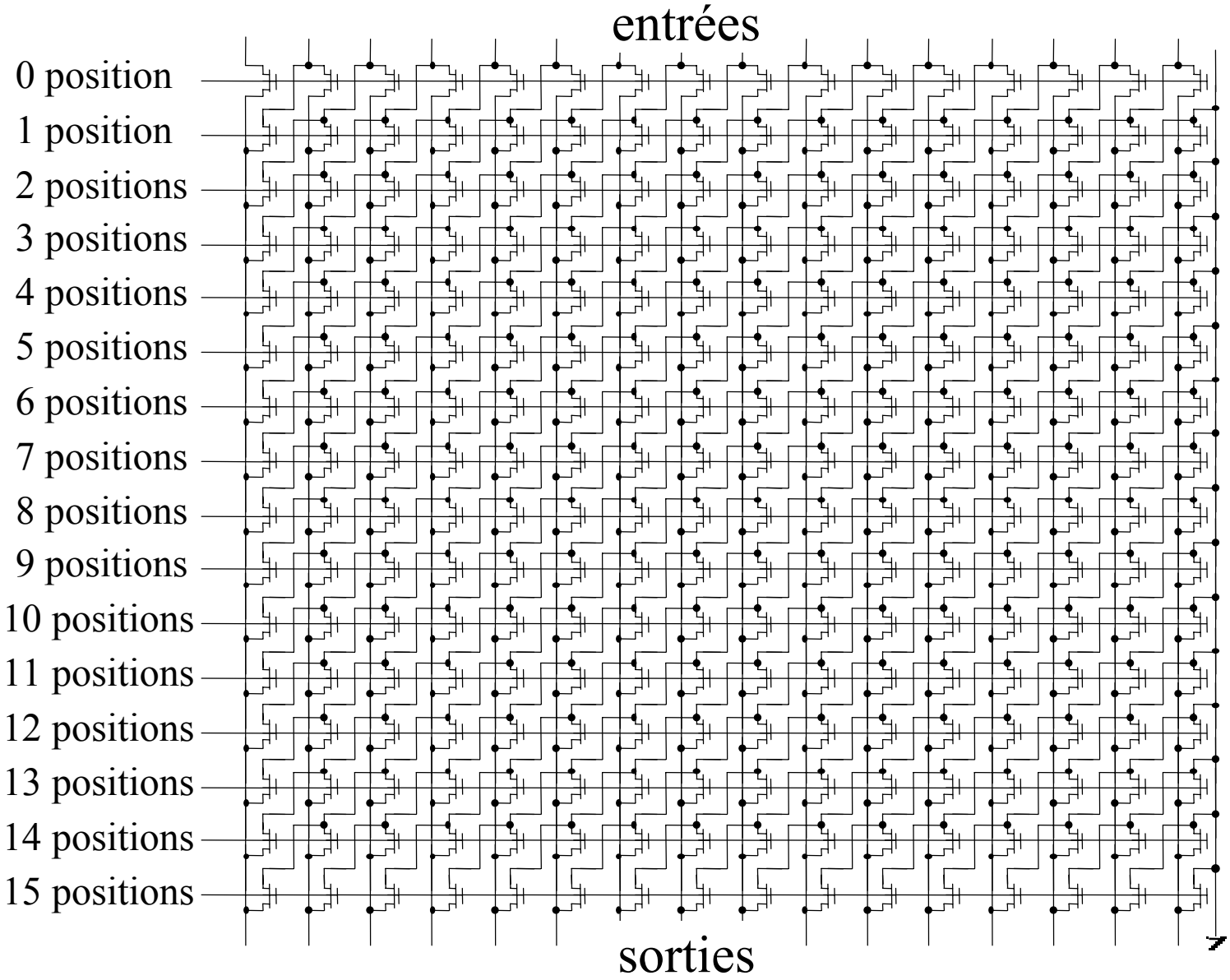
- Parallélisme (vu)
- Anticipation (vu)
- Exécution spéculative (spécule sur la différence des exposants) (vu)
- Pipe-line (non vu)
- Réinjection en redondant (retenue non propagée) (non vu)
- Autosynchrone (sans horloge) (non vu)

Décaleur logarithmique



$s_i :=$ **si** $i+k \geq n$ **alors** e_{i+k} **sinon** 0

Décaleur en barillet



Autres formats virgule flottante