TD 2

Quelques exercices C/PVM

2.1 Tri fusion

Reprendre l'exercice en fin des notes de TDs de la dernière fois. Une autre option pour le tri fusion parallèle est la suivante:

- Un maître M a un tableau local à trier. Il envoie la deuxième moitié à un esclave B,
- M et B trient leur morceau de tableau,
- (1) B envoie le premier élément de son tableau (donc le plus petit) à M,
- (2) M construit le tableau ordonné résultat du tri global en rangeant soit l'élément envoyé par B, soit les éléments de sa propre partie de tableau inférieurs à l'élément envoyé par B,
- retour à (1) jusqu'à la fin.

Pourrait-on proposer encore une autre méthode de tri fusion? (eu égard aux communications entre B et M en (1) et (2))

2.2 Calcul d'intégrale

Ecrire un programme C/PVM sur le modèle du calcul de π (maître/esclave) qui effectue l'intégration d'une fonction par la méthode des trapèzes,

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \quad \cong \quad \frac{x_1 - x_0}{n} \left(\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f\left(x_0 + i\frac{x_1 - x_0}{n} \right) \right)$$

2.3 Crible d'Erathostène

Tony Hoare a proposé il y a longtemps de calculer les nombres premiers inférieurs à n^2 en utilisant $n+2$ processus, qui recoivent de leur prédecesseur une suite croissante de nombres naturels dont le premier, p, est un nombre premier qui est imprimé, et transmettent à leur successeur les nombres de cette suite, dans le même ordre, à l'exclusion de p et de ses multiples.

En utilisant la bibliothèque PVM, écrire un programme C qui affiche la suite des nombres premiers par la méthode du crible d'Erathostène: un processus est chargé de générer les entiers naturels, dont on élimine d'abord les multiples de 2, puis 3, 5 etc. au moyen de processus filtrants successifs.

On recommande chaudement de montrer le programme (qui compile néanmoins) à un chargé de TP avant de l'essayer...

2.4 Equation de la chaleur

On considère l'équation de la chaleur sur l'ouvert $\Omega =]0,1[\times]0,1[$,

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = \mathrm{div}(\kappa(x).\nabla u) + S(t).\delta_{x_s}(x)$$

avec les conditions aux bords

$$u = 0$$

et la condition initiale

$$u(x, 0) = 0$$

κ est la conductivité thermique du matériau considéré, c est la capacité calorifique massique et ρ la densité. $S(t)$ est une source de chaleur et δ_{x_s} est une masse de Dirac au point x_s. Ici, on va supposer κ constant dans tout le domaine.

On considère un schéma explicite en temps et une discrétisation explicite d'ordre deux en espace. On approxime donc u par ses valeurs discrétisées en les sommets (i, j) d'une grille régulière de pas h (en abscisse et ordonnée), et en des temps n (pas de temps Δt), soit $u^n_{i,j}$. L'équation discrétisée est maintenant:

$$\rho c \frac{u^{n+1}_i - u^n_i}{\Delta t} = \frac{\kappa}{h^2}(u^n_{i+1,j} + u^n_{i-1,j} + u^n_{i,j+1} + u^n_{i,j-1} - 4u^n_{i,j})$$

Le critère de stabilité (expliqué également dans le prochain cours) de l'équation discrétisée nous donne une condition pour le choix du pas de temps:

$$\Delta t < \frac{\rho c h^2}{4\kappa}$$

Pour les applications numériques, on prendra $\frac{4\kappa\Delta t}{\rho c h^2} = \frac{1}{2}$ et on choisira h.

On souhaite écrire un programme maître/esclave permettant de calculer le schéma précédent,

- On suppose que l'on a N esclaves. Comment peut-on découper la grille en sous-grilles à faire calculer à chacun des esclaves?
- Pour les choix énumérés précédemment, comment les esclaves vont-ils communiquer entre eux?
- Ecrire un programme PVM maître gérant l'envoi des sous-grilles aux esclaves.
- Comment gérer la source de chaleur $S(t).\delta_{x_s}(x)$?
- Ecrire un programme PVM esclave gérant les communications avec le maître et avec les autres esclaves.
- Ecrire le schéma entièrement.
- Peut-on avoir des catastrophes numériques?