

Corrigé de la Composition d'Informatique

Les Principes des Langages de Programmation (INF 321)

Promotion 2009

Sujet proposé par Gilles Dowek

13 juillet 2010

Exercice 1

1. L'ensemble $\{0, 1, 3\}$.
2. Ce même ensemble.
- 3.

```
static List inter(List l1, List l2) {
    if (l1 == null) return null;
    if (l2 == null) return null;
    return new List(l1.hd && l2.hd, inter(l1.tl, l2.tl));}
```

- 4.

```
static List union(List l1, List l2) {
    if (l1 == null) return l2;
    if (l2 == null) return l1;
    return new List(l1.hd || l2.hd, union(l1.tl, l2.tl));}
```

- 5.

```
static boolean subset(List l1, List l2) {
    if (l1 == null) return true;
    if (l2 == null) return (l1.hd == false) && subset(l1.tl, null);
    return ((l1.hd == false) || (l2.hd == true)) && subset(l1.tl, l2.tl);}
```

Exercice 2

1. La longueur de la liste.
- 2.

```
int longueur () {
    if (tl == null) return 1;
    return 1 + tl.longueur();}
```

3. La liste vide.

Exercice 3

1. Le produit des contenus de tous les nœuds de l'arbre.
- 2.

```
static int produit2 (Arbre a) {
    int n, p;
    if (a == null) return 1;
    if (a.val == 0) return 0;
    n = produit2(a.gauche);
    if (n == 0) return 0;
    p = produit2(a.droite);
    return a.val * n * p;}

```

Exercice 4

1. Le corps de la boucle n'est jamais exécuté.
2. Si $a \leq 100$ alors $a' = a + 11$ et $b' = b + 1$, donc $b' \geq 0$ et $a' - 10 b' = a - 10 b + 1 \leq a + 1 \leq 101$. Si $a > 100$ alors $b > 0$, $a' = a - 10$ et $b' = b - 1$, donc $b' \geq 0$ et $a' - 10 b' = a - 10 b \leq 101$.

Ces deux propriétés sont vérifiées au début de l'exécution de la boucle ($a \leq 100$ et $b = 0$), donc elles sont vérifiées dans tous les états produits au cours de l'exécution de la boucle.

3. $2a - 21b = 2(a - 10 b) - b \leq 2(a - 10 b) \leq 202$.
4. Si $a \leq 100$ alors $a' = a + 11$ et $b' = b + 1$, donc $2a' - 21 b' = 2a - 21b + 1$. Si $a > 100$ alors $a' = a - 10$ et $b' = b - 1$, donc $2a' - 21 b' = 2a - 21b + 1$.

La boucle termine car cette quantité ne peut pas croître indéfiniment tout en restant inférieure ou égale à 202.

5. On a $b \geq 0$ et $a - 10 b \leq 101$. Par ailleurs, comme la condition de maintien dans la boucle n'est plus vérifiée on a $a > 100$ et $b \leq 0$. On en déduit $b = 0$ et $100 < a \leq 101$, soit $a = 101$.

6.

```
static int f (int x) {
    if (x <= 100) return 101;
    return x;}

```

Exercice 5

1. 0.
2. 1.