

# Une deuxième révolution galiléenne ?

Gilles Dowek

## De nombreuses questions, une même réponse

Qu'est-ce qui fait tomber les pommes des arbres ? Qu'est-ce qui fait tourner les planètes autour du Soleil ? Qu'est-ce qui assure la cohésion des étoiles ?

Qu'est ce que le courant électrique ? Que sont les rayons cathodiques ? Qu'est-ce que qui « tourne » autour du noyau des atomes ?

**Un concept qui structure la connaissance**

Des questions sans réponses (ou avec des réponses imparfaites)

Jusqu'à ce que l'on découvre la réponse **ailleurs** (comme réponse à une autre question)

Qu'est-ce que le courant électrique ?

???

De quoi sont constitués les rayons cathodiques ?

De particules que l'on appelle **électrons** (Thomson, 1897)

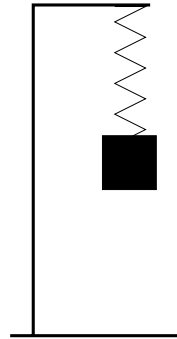
Qu'est-ce que le courant électrique ?

Des nombreuses questions  
auxquelles la réponses est « un algorithme »

et auxquelles on avait donné de mauvaises réponses auparavant

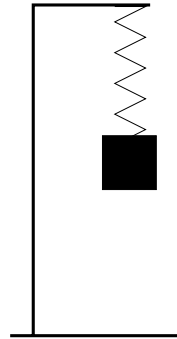
## I. Un problème d'aéronautique

Mettre un problème en équation



Quelle est la fréquence des oscillations ?

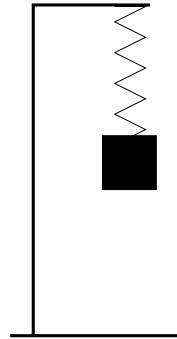
Mettre un problème en équation



Quelle est la fréquence des oscillations ?

$$m\ddot{x} = -mg - kx$$

## Mettre un problème en équation



Quelle est la fréquence des oscillations ?

$$m\ddot{x} = -mg - kx$$

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

## Mettre un problème en équation ?

R1 : Un avion sur la piste peut la quitter, en direction d'un garage

R2 : Un avion en vol peut atterrir sur la piste, si celle-ci est libre

(Deux avions n'atterrissent jamais exactement au même moment)

Combien peut-il y avoir d'avions simultanément sur la piste ?

## Mettre un problème en équation ?

R1 : Un avion sur la piste peut la quitter, en direction d'un garage

R2 : Un avion en vol peut atterrir sur la piste, si celle-ci est libre

(Deux avions n'atterrissent jamais exactement au même moment)

Combien peut-il y avoir d'avions simultanément sur la piste ?

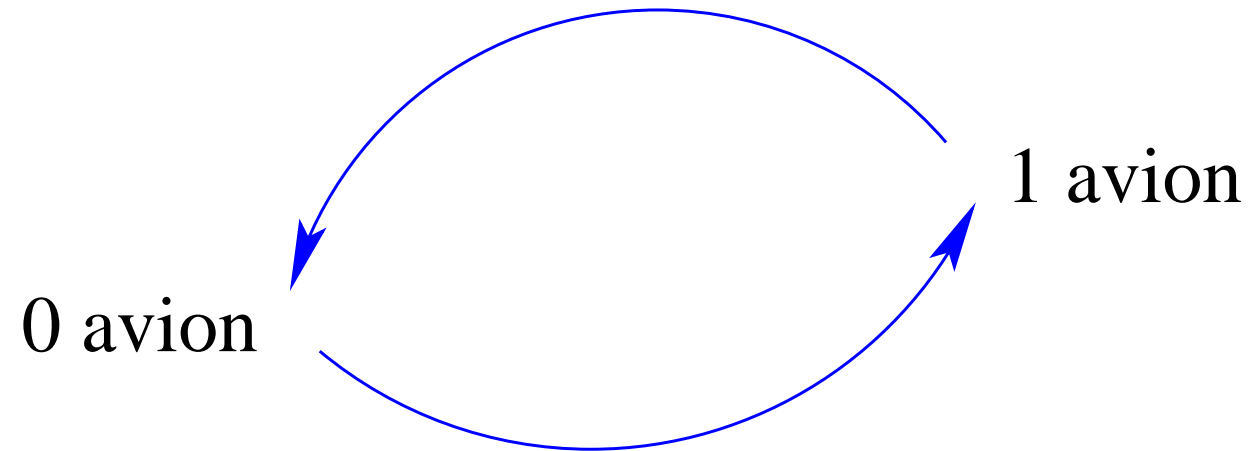
Comment mettre ce problème en équation ?

## Une autre manière de mathématiser

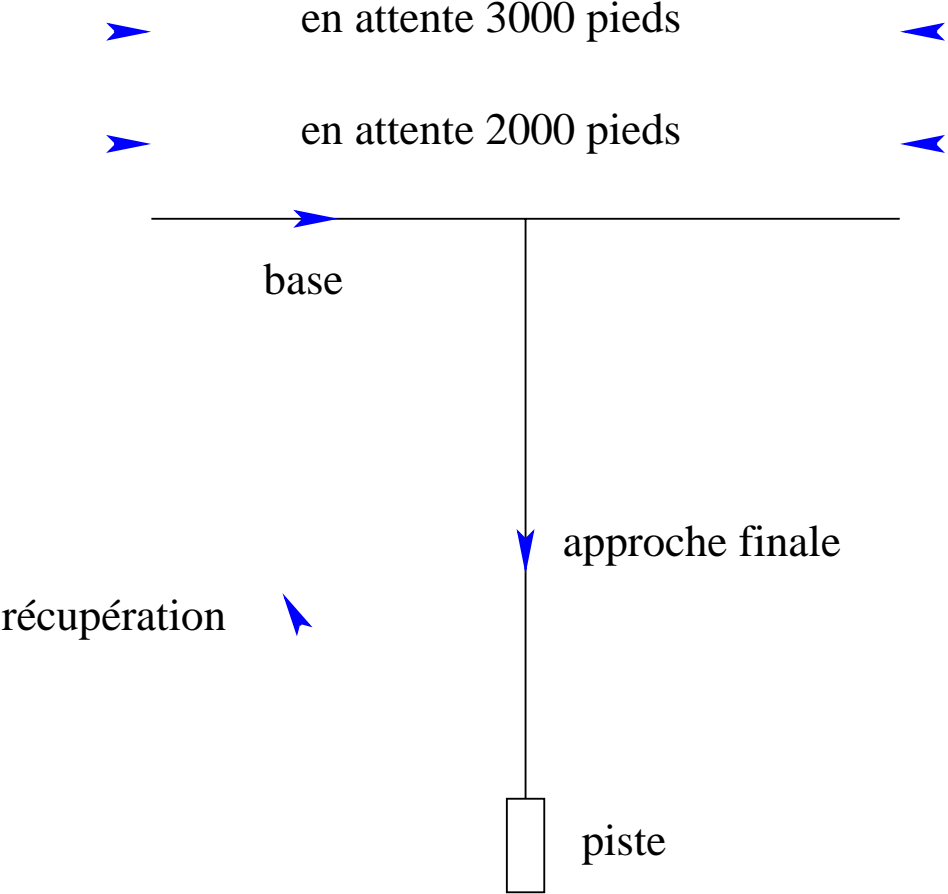
Semble difficile

Mais le problème se laisse mathématiser

Par un automate



# Un exemple un peu plus complexe (avec Muñoz et Carreño)



## Un exemple de règle

Un appareil peut entrer verticalement dans la zone attente à 3000 pieds à droite si

- il n'y a pas d'appareil en attente à droite à 3000 pieds
- il n'y a pas d'appareil en récupération à droite
- il y a au plus un appareil dans une zone droite ou avec un point de repli à droite

Un nombre fini d'états accessibles (2000)

Que l'on a énumérés

Ce qui a permis de trouver un deadlock

## Comment expliquer les règles à un ordinateur ?

Règle = algorithme qui à chaque états associe une listes d'états

```
let rule6r s = match s#baser with
| [] -> []
| h::r ->
    let x = order h
    in if x = 0 || mem (x-1) s#final
       then [{<baser = r; final = final@[h]>}]
       else []
```

2 pages de règles... plus précis qu'un document de 50 pages

Un aéroport n'est pas une masselotte au bout d'un ressort

Qu'est-ce qu'un aéroport ?

Un algorithme

II. Une cellule est-elle une masselotte au bout d'un ressort ?

L'évolution du paysage scientifique depuis la fin du XVII<sup>e</sup> siècle

La mécanique se formalise avec des équations différentielles

## L'évolution du paysage scientifique depuis la fin du XVII<sup>e</sup> siècle

La mécanique se formalise avec des équations différentielles

L'électromagn. se formalise avec des équations différentielles

L'économie se formalise avec des équations différentielles

## L'évolution du paysage scientifique depuis la fin du XVII<sup>e</sup> siècle

La mécanique se formalise avec des équations différentielles

L'électromagn. se formalise avec des équations différentielles

L'économie se formalise avec des équations différentielles

La biologie se formalise avec ...

Le lien entre le brin d'ARN messenger et la protéine est aussi exact que celui entre la force et la position

**La biologie est aussi mathématisable que la physique**

Mais la transformation de l'un en l'autre se décrit comme un algorithme (processus, ...)

et non par une équation différentielle

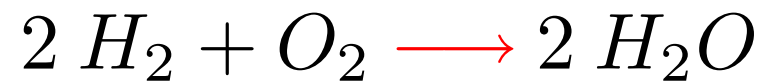
## Le caractère précurseur de la chimie



## Le caractère précurseur de la chimie

$$+y \longrightarrow y$$

$$(|x) + y \longrightarrow x + (|y)$$



Rien à voir avec la  $\mapsto$  des fonctions

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN\ GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT\ GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

*S*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN\ GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT\ GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

*GN GV*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN\ GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT\ GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

*NP* *GV*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN\ GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT\ GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

Pierre *GV*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

Pierre *VT* *GN*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN GV$$

$$GN \longrightarrow NP$$

$$GV \longrightarrow VT GN$$

$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$

$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$

$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

Pierre écoute *GN*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN GV$$
$$GN \longrightarrow NP$$
$$GV \longrightarrow VT GN$$
$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$
$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$
$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

Pierre écoute *NP*

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

Le cadavre exquis grammatical

$$S \longrightarrow GN GV$$

$$GN \longrightarrow NP$$

$$GV \longrightarrow VT GN$$

$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$

$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$

$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

Pierre écoute Paul

# Le caractère précurseur de la grammaire (Chomsky)

## L'algorithme

$$S \longrightarrow GN GV$$

$$GN \longrightarrow NP$$

$$GV \longrightarrow VT GN$$

$$NP \longrightarrow \text{Pierre}$$

$$NP \longrightarrow \text{Paul}$$

$$VT \longrightarrow \text{écoute}$$

meilleure description de la langue que les grammaires trad.

Qu'est-ce que la synthèse d'une protéine ?

Qu'est-ce que la synthèse de l'eau ?

Qu'est-ce qu'une grammaire ?

Qu'est-ce qu'un **agent économique** ? (Simon)

Qu'est-ce qu'une **démonstration mathématique** ? (Brouwer, Heyting, Kolmogorov)

Qu'est-ce qu'un **axiome** ? (D., Hardin, Kirchner, Werner)

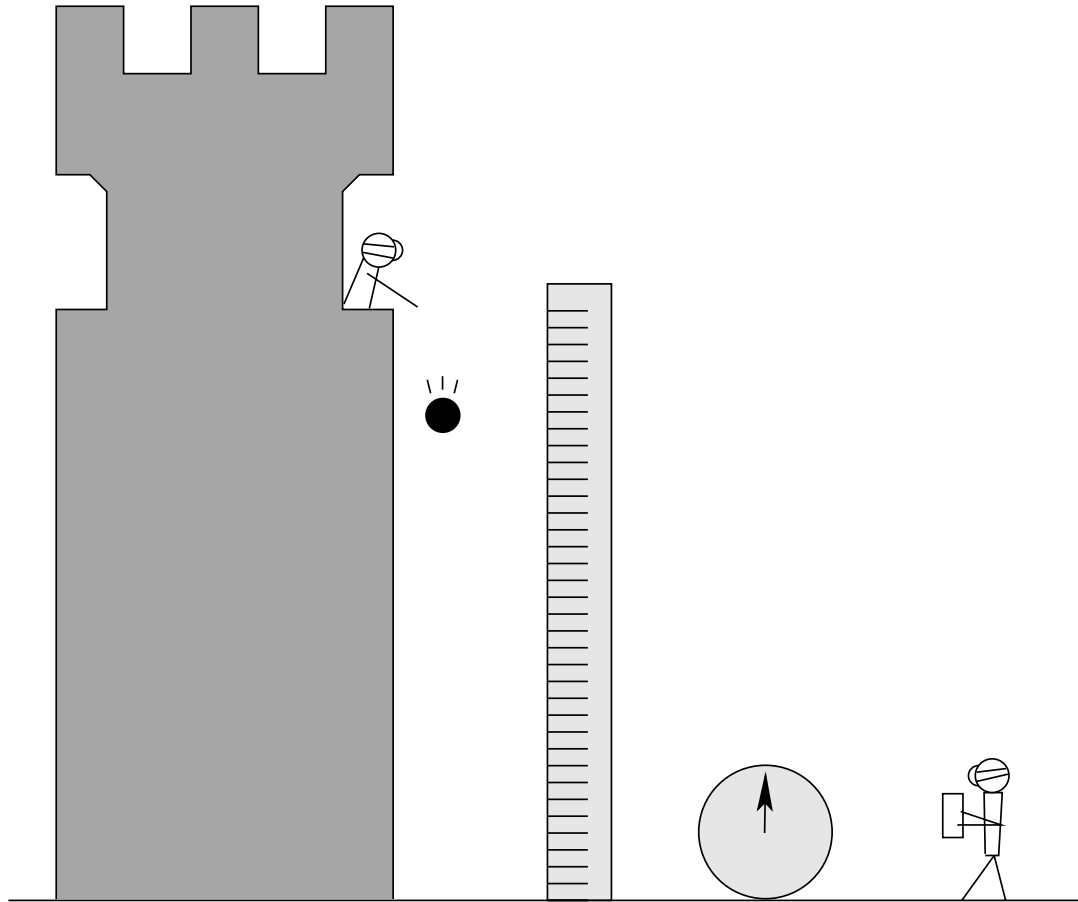
## Deux manières de décrire le monde

Avec des équations différentielles (ou des principes variationnels) : Newton, Maxwell, ...

Avec des algorithmes : Lavoisier, Chomsky, ...

Une opposition profonde ou superficielle ?

III. Qu'est-ce qu'une loi physique ?



Le lien entre  $t$  et  $x$  : une relation

exprimée par une **proposition** (équation différentielle) :

$$m\ddot{x} = mg$$

ou sa solution (encore une **proposition**) :

$$x = 1/2gt^2$$

mais aussi par un **algorithme** :

carré ; multiplication par  $g$  ; division par 2

## La forme physique de la thèse de Church

la relation réalisée par une expérience est toujours algorithmique

Conséquence (Gandy) de

- l'homogénéité de l'espace et du temps
- la finitude de la vitesse de transmission de l'information
- la finitude de la densité de l'information

## Une explication de la thèse de Galilée

*La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire **l'Univers**, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères dans lequel il est écrit. Il **est écrit dans la langue mathématique** et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques*

Oui mais ... pourquoi ?

L'Univers est écrit en langage mathématique

parce qu'il est écrit dans un langage de programmation (Gandy)

et toute relation algorithmique peut-être exprimée  
propositionnellement

Mieux qu'une explication de la thèse de Galilée ...

Le résultat de Gandy suggère

la possibilité d'une description algorithmique des lois de la nature

Malgré les variables continues, le chaos, le non-déterminisme, ...

Les propositions

$$m\ddot{x} = mg$$

$$x = 1/2gt^2$$

sont peut-être de bonnes manières d'exprimer l'**algorithme**

carré ; multiplication par  $g$  ; division par 2

Le langage des équations diff. est-il un langage de prog. ?

Les solutions d'une équation différentielle sont-elles toujours calculables ?

$$m\ddot{x} = mg : \text{oui } x(t) = 1/2gt^2$$

En général : non (Pour EI et Richards)

Mais un contre-exemple très artificiel

Condition aux limites calculable mais dérivée non calculable

Les (certaines) équations différentielles : un moyen **comme un autre** de décrire des algorithmes

## IV. Une deuxième révolution galiléenne ?

Solution du problème de Galilée

Possibilité de description de systèmes plus complexes qu'une masselotte au bout d'un ressort (aéroport, airbus, Guggenheim de Bilbao)

Possibilité de simulation et de démonstration (répondre à plus de questions)

Nouvelles questions (trouver un optimum : quelle complexité ?)



Des algorithmes depuis **5000 ans** (Mésopotamie)

Pourquoi cette révolution **aujourd'hui** ?

Des algorithmes depuis 5000 ans

Mais des programmes depuis moins de 70 ans

Nouveauté : apparition de **langages** d'expression d'algorithmes

Comme la révolution galiléenne, c'est une révolution du **langage**  
dans lequel on écrit la science

« La science est ce que l'on comprend suffisamment pour l'expliquer à un ordinateur, l'art est tout ce que l'on fait d'autre. »